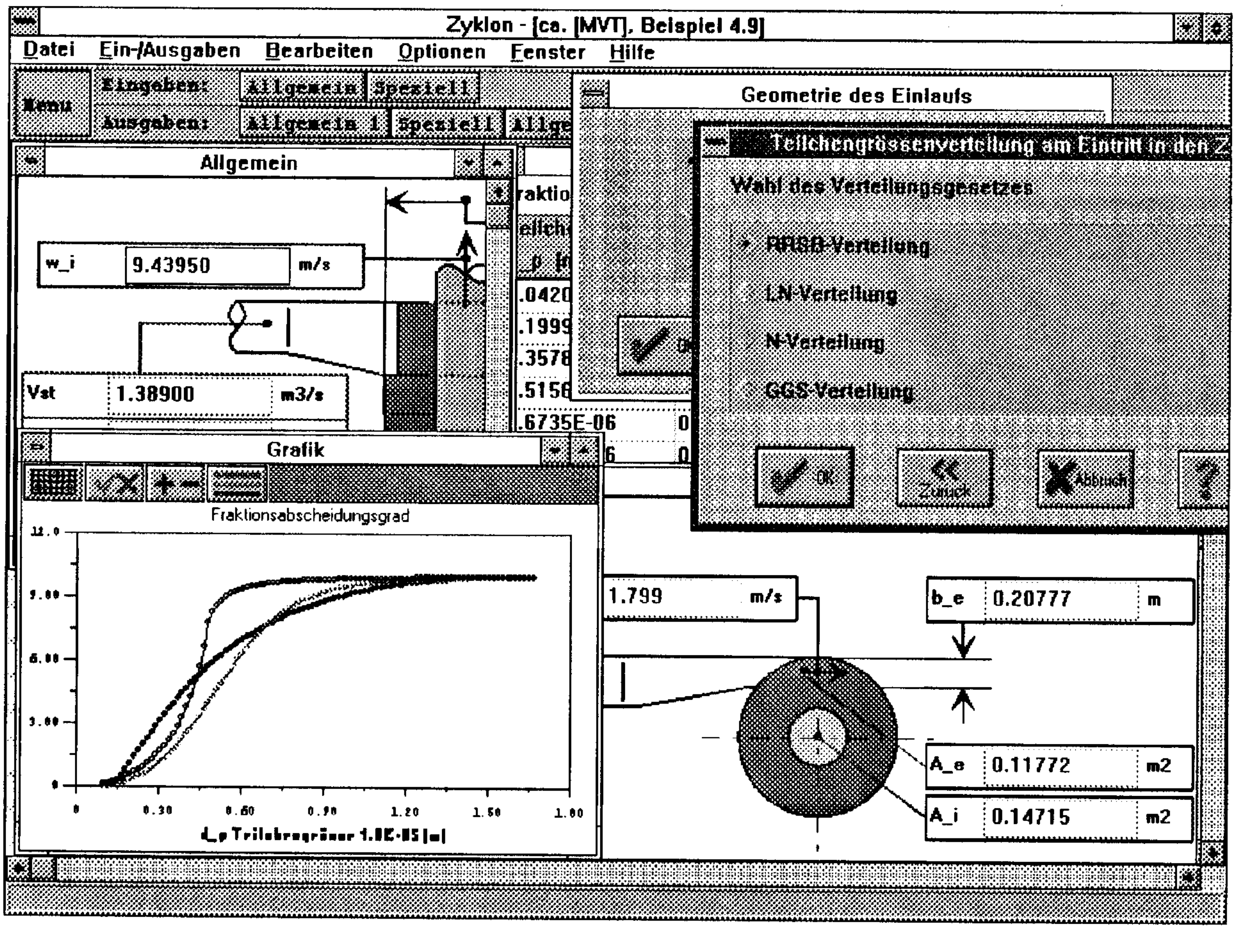
MVT für Windows®

Handbuch



Vorwort

Das DOS-Programmpaket MVT war ursprünglich für Studenten als Ergänzung zum Lehrbuch "Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik" des Verfassers gedacht und wurde im Interesse eines tiefen Preises entsprechend einfach gehalten. Der grosse Anklang, den das Programm in der Praxis fand, und die enormen Vorteile graphischer Oberflächen legten es nahe, weitere Programme in einer Windows-Version zu entwickeln.

Beim *MVT für Windows* haben wir uns zunächst auf neue Programme zum Auslegen und Optimieren von Membrantrennverfahren, von Zyklonabscheidern und der Filtration mit kompressiblem Kuchen beschränkt. Die bisherigen Programme des DOS-Pakets MVT lassen sich aus der Windows-Umgebung betreiben. Es freut uns, dass die Version 2.0 mit dem Erscheinen der dritten Auflage des Lehrbuchs *Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik* fertiggestellt werden konnte.

Bei der Filtration mit kompressiblem Kuchen veröffentlichen wir in diesem Handbuch zusammen mit den entsprechenden Programmen eine neue, für die Praxis endlich brauchbare Theorie.

Wir sehen vor, in einer nächsten Version weitere Programme aus der DOS-Version auf *Windows* zu bringen. Da dies mit einem grossen Aufwand verbunden ist, möchten wir dabei auf die Wünsche aus der Praxis eingehen. Wir danken Ihnen im voraus für entsprechende Hinweise!

Bei dieser Gelegenheit möchten wir uns für die grosse Zahl von Zuschriften der Benützer unserer DOS-Pakete MVT und TVT bestens bedanken. Zahlreiche Anregungen daraus konnten in den neuen Programmen berücksichtigt werden.

Das neue *MVT für Windows* konnte nur dank der tatkräftigen Mithilfe meiner Söhne David und Andreas und meiner Frau Blanca realisiert werden. Ich danke ihnen dafür herzlich und hoffe, dass das *MVT für Windows* eine ebenso gute Aufnahme in der Praxis finden wird wie die Pakete MVT und TVT.

Oberburg, im November 1993 Martin Zogg

Inhalt

Version 2.0

Martin Zogg
Prof.Dr.sc.techn.
Verfahrenstechnik

Kirchstutz 3
CH-3414 Oberburg
Tel./Fax. CH (0)34/22-07-85

Inhalt des mitgelieferten DOS-Programmpakets MVT, Version 1.10

☐ Teilchenschwärme mit N-, LN-, RRSB- und GGS-Grössenverteilung

- Verteilungsparameter, relative Fehler und mittlere relative Fehler für alle Verteilungsgesetze aus
  - relativen Rückständen (z.B. Siebanalyse)
  - relativen Rückstandssummen
- Relative Rückstandssummen bei gegebenen Verteilungsparametern
- Spezifische Oberfläche, gleichwertiger Kugeldurchmesser und hydraulischer Durchmesser für alle Verteilungsgesetze

☐ Zerkleinern

- Abschätzen von Energie- und Leistungsbedarf zum Zerkleinern

☐ Zerstäuben

- Tropfengrösse beim Zerstäuben mit Hohlkegeldüsen

☐ Sedimentation kugelförmiger Einzel- und Schwarmteilchen

- Absetzgeschwindigkeit und Absetzzeit im Schwerefeld
- Absetzgeschwindigkeit im Zentrifugalfeld
- Äquivalenter Kugeldurchmesser für gemessene Absetzgeschwindigkeit

☐ Auslegen von Rechteckklärbecken und Lamellenklärern

☐ Auslegen von Zentrifugen

- Filterzentrifugen ohne Sedimentation im Suspensionsring
- Filterzentrifugen mit spontaner Sedimentation im Suspensionsring
- Sedimentierzentrifugen (Rohr- und Trommelzentrifugen)
- Festigkeitsnachweis für Vollmanteltrommeln

☐ Strömung durch Kugel- und Granulatschüttungen

- Festbett (Druckverlust, Fluidisierungspunkt)
- Homogenes Fliessbett (Druckverlust, Ausdehnung, maximale Geschw.)

☐ Mischen

- Homogenisieren in Rührbehältern und statischen Mischern
- Suspendieren in Rührbehältern

☐ Strömung durch Rohrleitungen

- Druckverlust in einzelnen Rohrleitungen aus (total bis zu 20) geraden Rohren, Rohrkrümmern, Rohrwendeln und Rohrbögen
- Strömung durch Rohrleitungsnetze aus langen Rohren (Rohre hydraulisch glatt oder rauh, Druckverluste in Verzweigungen, Bögen usw. nicht berücksichtigt): Volumenströme, Geschwindigkeiten, Druckverluste in allen Leitungen
- Druckverlust Nicht-Newtonscher Fluide in geraden Rohren
  - mit Potenzansatz nach Ostwald
  - mit Ansatz von Bingham

☐ Stoffwerte

- Wasser (0..100 °C, Umgebungsdruck)
- Feuchte Luft (0..200 °C, 0,5..2 bar)

1. Übersicht

Im folgenden werden die in der Version 2.0 des *MVT für Windows* enthaltenen Programme kurz vorgestellt:

Inkompressible und kompressible Kuchenfiltration

Zur Kuchenfiltration enthält das MVT für Windows drei neue Programme.

Filtration

Das Programm ***Filt*** dient der Auslegung und Optimierung von Apparaten zur Kuchenfiltration. Es ermöglicht die Berechnung des

- Filtrationsverlaufs für **inkompressible Filterkuchen** nach [MVT], Abschnitt 4.1 und des
- Filtrationsverlaufs für **kompressible Filterkuchen** nach einer neuen Theorie im Abschnitt *Filt* dieses Handbuchs

für die Betriebsfälle:

- **konstanter Volumenstrom** (z.B. Druckerzeugung mit Verdrängerpumpe),
- **konstanter Differenzdruck** (z.B. Druckerzeugung mit Vakuumpumpe),
- **allgemeiner Fall** (z.B. Druckerzeugung mit Radialpumpe).

Die neue Theorie zur kompressiblen Kuchenfiltration wird im Abschnitt *Filt* hergeleitet. Der Berechnungsablauf wird an drei ausführlich durchgerechneten Zahlenbeispielen illustriert.

Filtermittelwiderstand

Hilfsprogramm *LaFm* zum Bestimmen des Filtermittelwiderstands aus Durchströmversuchen: Abschnitt ***LaFm.***

Laborfiltration

Zum Berechnen des Filtrationsverlaufs bei der Kuchenfiltrationen sind Laborversuche zum Bestimmen der Kuchenparameter unumgänglich. Das Programm ***LaFi*** dient der Auswertung entsprechender Messungen an Laborfiltern zur Ermittlung von **Filtrationswiderstand und Porosität**

- **inkompressibler Filterkuchen** nach [MVT], Abschnitt 4.1 und
- **kompressibler Filterkuchen** nach einer neuen Theorie im Kapitel *LaFi* dieses Handbuchs.

Eine ausführliche Darstellung der Theorie zur Auswertung von Druckstufenmessungen für kompressible Filterkuchen findet man im Abschnitt *LaFi* dieses Handbuchs. Der Berechnungsablauf wird dort mit einem ausführlich durchgerechneten Zahlenbeispiel verdeutlicht.

Membrantrennverfahren

Das Programm ***Membran*** dient der Berechnung der Umkehrosmose, der Nanofiltration, der Ultrafiltration und der Querstrom-Mikrofiltration nach dem **Durchströmungs-Stofftransport-Modell** unter Berücksichtigung des Druckverlusts in der Konzentratströmung und des sich längs des Moduls ändernden Stoffübergangskoeffizienten. Es ermöglicht folgende Berechnungen:

- **Details für einen Betriebspunkt:** Konzentrationen in Konzentrat und Permeat, Konzentrationsüberhöhung, Selektivität und weitere Grössen längs eines in bis zu 50 Abschnitte unterteilbaren Moduls.

- **Variation des Differenzdrucks:** Austrittskonzentrationen in Konzentrat und Permeat, mittlere Konzentrationsüberhöhung und weitere Grössen in Abhängigkeit des Differenzdrucks.

- **Variation des Volumenstroms:** Austrittskonzentrationen in Konzentrat und Permeat, mittlere Konzentrationsüberhöhung und weitere Grössen in Abhängigkeit des Konzentratvolumenstroms.

Eine umfassende Darstellung der Berechnungsgrundlagen finden Sie im Abschnitt *Membran*. Der Berechnungsablauf wird dort mit zwei ausführlich durchgerechneten Zahlenbeispielen gezeigt.

Staubabscheiden in Zyklonen

Mit dem Programm ***Zyklon*** können berechnet werden:

- Zyklonabmessungen, Druckverlust und Abscheidungsgrad nach dem *VDI-Wärmeatlas* und

- Abscheidungsgrad nach dem Partikeldiffusionsmodell von *Mothes-Löffler*.

Eine Zusammenstellung der Berechnungsmöglichkeiten und eine ausführliche Darstellung des Berechnungsablaufs anhand von vier Zahlenbeispielen findet man im Abschnitt *Zyklon* dieses Handbuchs.

Ausgleichsrechnung

Das Programm ***FitPol*** dient der Polynom-Anpassung an Messwerte oder Diagrammpunkte für bis zu 30 Stützwerte mit Polynomen bis 5.Grades nach der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme für die folgenden Funktionstypen:

- Polynome (x-Achse linear, y-Achse linear)
- logarithmische Funktionen (x-Achse logarithmisch, y-Achse linear)
- Exponentialfunktionen (x-Achse linear, y-Achse logarithmisch)
- Potenzfunktionen (x-Achse logarithmisch, y-Achse logarithmisch).

Das Programm dient im Rahmen der MVT-Programme beispielsweise dem Erfassen der in der Form von Diagrammen vorliegenden Anlagen- oder Pumpencharakteristiken für die Auslegung von Kuchenfiltrationen. Es leistet aber auch sonst nützliche Dienste.

Gemeinsame Programmeigenschaften

Nachfolgend werden einige allen Programmen gemeinsame Eigenschaften kurz zusammengestellt:

- Zu jedem Fenster und zu jedem Menü existiert eine **ausführliche, fachliche und formale Hilfe**. Diese ist nach dem professionellen Windows-Standard aufgebaut.
- Eingabetabellen können über die Ablage **aus anderen Windows-Programmen** (z.B. aus WinWord, Excel) direkt in die *MTV für Windows* - Eingabetabellen **importiert** werden (z.B. in MVT-Programme LaFi, LaFm, FitPol).
- Die mit den Programmen erzeugten Grafiken, Ausgabemasken und Ausgabetabellen können über die Ablage direkt **in andere Windows-Programme** (z.B.WinWord, Excel) **exportiert** werden.
- Die Ein- und Ausgabefenster können auf einem von Windows unterstützten **Drukker** ausgegeben werden.
- Die Stoffwerte der vom Benützer benötigten Fluide können in einer durch alle Programme gemeinsam nutzbaren **Stoffdatenbank** eingetragen werden.
- *MVT für Windows* enthält ein komfortables **Installationsprogramm**, das nicht nur die Installation einzelner oder aller Programme auf der Harddisk ermöglicht, sondern bei Platzmangel auch wieder "abräumen" kann.

Systemvoraussetzungen

Hardware

- Prozessor: Intel 386 oder höher
- Grafik: VGA oder höher
- RAM: 4 MB
- Harddisk: 4.4 MB bei Vollinstallation (Teilinstallationen möglich)

Software

- Windows 3.1
- True-Type-Schriften "Arial" und "Courrier New" installiert (in Windows 3.1 enthalten)

[MVT] Zogg, M.: Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik, 3.Aufl., B.G. Teubner, Stuttgart 1993

2. Installation

Das zur Installation der Version 2.0 des ***MVT für Windows*** auf Ihrem Computer mitgelieferte **Installationsprogramm *Install* ist wie folgt zu bedienen**:

- Diskette 1 in Laufwerk A: (bzw. B:) einlegen.

- Im Windows-Programm-Manager im Menü *Datei* , Menüpunkt *Ausführen...* wählen, **A:\ Install.exe** eingeben (bzw. B:\Install.exe), Informations-Box mit den Systemanforderungen erscheint zur Information; mit OK quittieren.

- Im folgenden **Eingabefenster** sind einzugeben:

  - **MVT-Programmverzeichnis**: Harddiskverzeichnis für die Installation der Programme (z.B. C:\WIMVT)

  - **MVT-Datenverzeichnis**: Harddiskverzeichnis für die Installation der Daten zu den Programmen (z.B. C:\WIMVT\DAT)

  - **Stoffwertdatenverzeichnis**: Harddiskverzeichnis für die Installation der Daten zu den Programmen (z.B. C:\WIMVT\SW)

  - Anschliessend sind die **zu installierenden Programme** mit der Maus aus der Liste durch Anklicken zu **wählen**. Sie können hier auch das bisherige DOS-Programmpaket MVT zur Installation auswählen (siehe weiter unten).

- Nun erscheint eine Information über den erforderlichen Speicherplatz auf der Harddisk (Summe aller Programme einschliesslich der Systemdateien, die immer kopiert werden müssen) und den nach der Installation auf den oben gewählten Laufwerken noch verfügbaren Speicherplatz.

- Mit Klicken auf die Schaltfläche ***Install*** starten Sie die Installation. Folgen Sie nun den Anweisungen des Programms. Nach erfolgreicher Installation wird die Windows-Programmgruppe WiMVT mit den Ikonen der installierten Programme automatisch erzeugt.

Das Installationsprogramm erlaubt Ihnen bei Platzmangel auf der Harddisk auch ein "Abräumen" der nicht benötigten Programme. Sie müssen dazu bis zum letzten Punkt analog zum oben Beschriebenen vorgehen. Mit Anklicken der Schaltfläche ***Deinstall*** lösen Sie das Löschen der vorher gewählten Programme aus.

Sie erhalten mit dem *MVT für Windows* auch das bisherige **DOS-Programmpaket MVT**. Gegenüber der früheren Version wurde es lediglich um die im *MVT für Windows* enthaltenen Programme gekürzt. Sie können es wie oben beschrieben mitinstallieren. Es besitzt noch eine sehr bescheidene Benützeroberfläche. Sie finden die meisten Berechnungen im Lehrbuch [MVT] als Beispiele. Die Bedienung dieses DOS-Programms wird in seinem Menü ***Benützerinformation*** erklärt. Lesen Sie dort die Anmerkungen über den **Export von Daten in Windows-Anwendungen**.

Falls Sie noch **ältere Versionen des DOS-Programmpakets MVT** besitzen, sollten Sie diese **vor der Installation der neuen Programme löschen**.

3. Benützen des *MVT für Windows*

Das Benützen des MVT für Windows wird durch eine on-line-Hilfe in professionellem Windows-Standard wesentlich erleichtert. Hier wird deshalb nur auf einige übergeordnete Informationen und auf den Zugang zu dieser Hilfe im Programm hingewiesen.

Benützen Sie den Windows-Komfort!

Sie können sich Ihre Arbeit durch **Öffnen mehrerer Ein- und Ausgabefenster** wesentlich erleichtern. Nach dem Ändern eines interessierenden Parameters im Eingabefenster und Anklicken eines Ausgabefensters wird die Rechnung ausgelöst und das Ergebnis im Ausgabefenster nachgeführt. Mit der gleichzeitigen Benützung eines Eingabefenster und einer Ausgabegrafik können Sie beispielsweise den Einfluss eines Eingabeparameters rasch verfolgen!

Export / Import

Von den Programmen erzeugte **Grafiken, Ausgabemasken und Ausgabetabellen** können über die Ablage direkt **in andere Windows-Programme** (z.B.WinWord, Excel) **exportiert** werden.

Auch **Tabellenwerte** können über die Ablage direkt **aus anderen Windows-Programmen** (z.B.WinWord, Excel) in die *MTV für Windows* -Eingabetabellen **importiert** werden (z.B. Programme LaFi, LaFm, FitPol). Dabei ist lediglich darauf zu achten, dass in den fremden Windows-Programmen die Anzahl der gewählten Spalten mit jener in den *MTV für Windows* -Eingabetabellen übereinstimmen.

Jedes Ein- und Ausgabefenster kann auf einem von Windows unterstützten **Drucker** ausgegeben werden.

Hilfe

Zu jedem Fenster und zu jedem Menü existiert eine **ausführliche, fachliche und formale Hilfe** (Drucken, Zwischenablage, Eingaben rückgängig, etc.). Diese lässt sich nach dem üblichen Windows-Standard über den Menüpunkt *Hilfe verwenden* oder über die folgenden Tastenkombinationen aktivieren:

Tastenkombination	
F1	**Hilfe zum aktuellen Fenster oder Menü**
Ctrl / F1	fachliche Benützerinformationen
Shift / F1	Inhaltsverzeichnis der Hilfe

Wenn erwünscht, können die Hilfeseiten durch Klicken auf die Schaltfläche "*Seite drucken*" ausgedruckt werden.

Stoffwertdatenbank

Sie können für Ihre häufigsten Fluide eine Stoffwertdatenbank anlegen. Alle Programme des *MTV für Windows* greifen auf diese Stoffwertdatenbank zu. Die einzelnen Datensätze enthalten Stoffwerte für ein bis drei Temperaturen. Beim Aufruf durch die einzelnen Programme wird für die verlangte Temperatur linear (bei zwei Stützwerten in einem Datensatz) oder im allgemeinen **quadratisch** (bei drei Stützwerten in einem Datensatz) zwischen diesen Stoffwerten **interpoliert**. Extrapolationen aus den jeweiligen Temperaturbereichen der Stoffdatensätze sind deshalb nicht sinnvoll!

Der allgemeine **Zugang zur Stoffwertdatenbank** erfolgt durch Anklicken des entsprechenden Eingabefeldes in den Eingabemasken der Programme. Im Fenster der Stoffwertdatenbank werden dann die vom jeweiligen Programm benötigten Stoffwerte markiert. In den markierten Zeilen müssen Sie wenigstens einen Stoffwert eingeben. Die übrigen Zeilen brauchen Sie nicht zu ergänzen.

Weitere Einzelheiten können Sie der Hilfe im Programm entnehmen.

Grenzen für die Eingabedaten

Die grosse Zahl von Eingabegrössen erschwert das Setzen von Eingabegrenzen. Legt man diese zu eng, kann der Benützer seinen Berechnungsfall vielleicht nicht mehr eingeben. Ist man zu grosszügig, wächst die Gefahr unkontrollierbarer "Abstürze" durch (fast) Nulldivisionen oder zu grosser Zahlen. Im Hinblick auf das hohe fachliche Niveau der Programmbenützer wurde ein eher grosszügiger Kompromiss gewählt. Beim "Spielen" mit den Eingabegrössen kann da schon einmal etwas passieren! Ich rate Ihnen deshalb dringend, **umfangreichere Eingaben vor dem Auslösen der Rechnung** durch Anklicken eines Ausgabefensters **in eine Datei abzuspeichern!**

4. Informationen zu den einzelnen Programmen

Im folgenden werden die Grundlagen und der eingeschlagene Berechnungsweg programmweise erörtert.

Filt: Kuchenfiltration

(Auslegung und Optimierung)

1. Filtration mit inkompressiblem Kuchen

Die Kuchenfiltration mit inkompressiblem Kuchen wird in [MVT] ausführlich behandelt und bedarf keiner Ergänzungen. Das Beispiel 4.1 in [MVT] kann im Programm ab dem Datenfile MVT_41 abgerufen werden.

Bisher nicht publiziert ist dagegen die folgende Theorie für die Kuchenfiltration mit inkompressiblem Kuchen.

2. Filtration mit kompressiblem Kuchen

Die nachstehenden Überlegungen beruhen auf den Ausführungen in [MVT], Kapitel 4.1.1.1 für den inkompressiblen Filterkuchen. Im folgenden werden nur jene Begriffe und Sachverhalte erklärt, die gegenüber der Theorie für den inkompressiblen Filterkuchen neu sind.

Bei kompressiblem Kuchen sind die Porosität und der Filtrationswiderstand vom Druckverlust im Kuchen abhängig:

$$\alpha_w = f\left(\Delta p_K\right) \tag{1}$$

$$\varepsilon = g\left(\Delta p_K\right) \tag{2}$$

Für diese Abhängigkeit findet man in der Literatur verschiedene Näherungsansätze. Häufig werden die auch in [MVT], Gln. (4.30) und (4.31) gezeigten Potenzansätze fü die örtlichen Kuchenparameter verwendet.

Einfacher gelangt man mit den folgenden Polynomansätzen für **über den ganzen Kuchen gemittelte Kuchenparameter** ans Ziel:

$$\alpha_w = \alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right) \tag{3}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_o \cdot \left(1 + e_1 \cdot \Phi + e_2 \cdot \Phi^2\right) \tag{4}$$

Die Parameter der Gleichungen (3) und (4) sind aus Versuchen an einem Laborfilter mit Hilfe von Druckstufenversuchen zu bestimmen (siehe Programm LaFi). Die Koeffizienten a_1, a_2, b_1 und b_2 wie auch der Filtrationswiderstand alfa_wo und die Porosität eps_o bei Nulldruck sind aus den Druckstufenversuchen zu bestimmen. Das Druckverhältnis Phi ist das Verhältnis aus dem Druckverlust im Kuchen delteap_K zum Druckverlust deltap_K1 bei der ersten Druckstufe (minimaler Druckverlust) im Laborfilterversuch:

$$\Phi = \frac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}} \tag{5}$$

Wir leiten im folgenden die Beziehungen zur Berechnung des Filtrationsverlaufs bei kompressiblem Kuchen für alle drei Betriebsfälle analog zu den Ausführungen in [MVT], S.103/108 her. Dabei gehen wir zunächst von dem hier einfacheren Grenzfall des konstanten Überdrucks aus. Die Theorie lässt sich durch gleichzeitiges Studium der ausführlich durchgerechneten Beispiele 1 (konstante Druckdifferenz), 2 (konstanter Volumenstrom) und 3 (allgemeiner Fall) leichter verfolgen.

Betrieb mit konstanter Druckdifferenz (Beispiel 1)

Wenn der Druckverlust im Filtermittel vernachlässigbar wäre, würde in diesem Betriebsfall das Druckverhältnis nach der Gl.(5) und somit nach den Gln. (3) und (4) auch der Filtrationswiderstand und die Porosität konstant. Für diesen Grenzfall folgt die Rechnung vollständig den Ausführungen in [MVT]. Diese Rechnung wird für eine erste Näherung des Filtratvolumenstroms stets durchgeführt: Beispiel 1. Damit kann aus [MVT], Gl.(4.10) der Druckverlust im Filtermittel delta_pM und damit der für den Kuchen verbleibende Druckverlust deltap berechnet werden. Die Rechnung ist nun - wie im Beispiel 1 gezeigt - iterativ weiterzuführen.

Die Anfangskuchendicke für die Berechnung der Filtrationsdicke kann für den allgemeinen Fall einer Anfangskuchendicke L_alfa aus [MVT],Gl.(4.18) ermittelt werden:

$$L_{\alpha} = L_{\alpha o} \cdot \frac{\left(1 - \varepsilon_{o}\right)}{(1 - \varepsilon)} \qquad (6)$$

Die Filtrationszeit kann nur noch näherungsweise aus [MVT], Gl.(4.24) bestimmt werden, weil sich der Druckverlustanteil im Kuchen während dem Kuchenaufbau (und damit das Druckverhältnis Phi bzw. der Filtrationswiderstand alfa_w) ändert. Wir werden das numerische Vorgehen zum Berechnen der Filtrationszeit beim diesbezüglich analogen allgemeinen Fall besprechen. Das Filtratvolumen folgt schliesslich aus [MVT], Gl.(4.26).

Betrieb mit konstantem Volumenstrom (Beispiel 2)

Der schwierigste Teil ist hier das Bestimmen des Druckverlusts im Kuchen beziehungsweise des Druckverhältnisses Phi nach der Gl.(5). Aus [MVT], Gl.(4.11)erhalten wir für den Gesamtdruckverlust:

$$\Delta p = \frac{Vst_{F}}{A} \cdot \eta_{F} \cdot \left(\alpha_{w} \cdot L + f_{M}\right) \qquad (7)$$

Mit dem Druckverlust im Kuchen als Differenz der Gesamtdruckdifferenz deltap und mit dem Druckverlust im Filtermittel nach [MVT], Gl.(4.10) können wir die Gl.(5) schreiben als:

$$\Phi = \frac{\left(\Delta p - \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot f_M\right)}{\Delta p_{K1}} \tag{8}$$

Oder nach der Gesamtdruckdifferenz deltap aufgelöst:

$$\Delta p = \left(\Phi + \frac{1}{\Delta p_{K1}} \cdot \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot f_M\right) \cdot \Delta p_{K1} \tag{8'}$$

Durch Gleichsetzen von deltap aus den Gln.(7) und (8') und Einführen des Filtrationswiderstands aus der Gl.(3) erhalten wir die folgende Gleichung zum Berechnen des sich bei einem bestimmten Volumenstrom einstellenden Druckverhältnisses Phi:

$$0 = \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot \alpha_{wo} \cdot a_2 \cdot L \cdot \Phi^2 + \left(\frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot \alpha_{wo} \cdot a_1 \cdot L - \Delta p_{K1}\right) \cdot \Phi + \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot \alpha_{wo} \cdot L \tag{9}$$

Diese Beziehung lässt sich zur folgenden quadratischen Gleichung für das Druckverhältnis Phi auflösen:

$$0 = a_2 \cdot \Phi^2 + \left[a_1 - \frac{\Delta p_{K1} \cdot A}{\left(Vst_F \cdot \eta_F \cdot \alpha_{wo} \cdot L\right)}\right] \cdot \Phi + 1 \tag{10}$$

Im Spezialfall a_2 = Null geht diese Gleichung über in:

$$\Phi = \frac{1}{\left[-a_1 + \Delta p_{K1} \cdot \frac{A}{\left[Vst_F \cdot \left[\eta_F \cdot \left(\alpha_{wo} \cdot L\right)\right]\right]}\right]} \tag{10'}$$

Die Filtrationszeit erhalten wir mit L_alfa aus der Gl.(6) mit [MVT], Gl.(4.21) zu:

$$t = \frac{\left(L_\omega - L_\alpha\right) \cdot \left[\rho_s \cdot A \cdot (1 - \varepsilon)\right]}{Vst_F \cdot \rho_F \cdot \left(X_e - X_a\right)} \tag{11}$$

Allgemeiner Fall (Beispiel 3)

Im allgemeinen Fall wird in Erweiterung zu [MVT], Gl.(4.27) der durch die Pumpe für das Filter netto (Druckverluste in den Rohrleitungen abgezogen) gelieferte Überdruck als Parabel erfasst:

$$\Delta p = c1 + c2 \cdot Vst_F + c3 \cdot Vst_F^2 \tag{12}$$

Durch Einsetzen in [MVT], Gl.(4.11) erhalten wir für den Filtratvolumenstrom:

$$Vst_F = \frac{A \cdot \left(c1 + c2 \cdot Vst_F + c3 \cdot Vst_F^2\right)}{\eta_F \cdot \left(\alpha_w \cdot L + f_M\right)} \qquad (13)$$

Nach Zusammenfassen der Grössen

$$K = \frac{A}{\eta_F \cdot \left(\alpha_w \cdot L + f_M\right)} \qquad (14)$$

finden wir mit den Gln. (13) und (14) schliesslich die folgenden Lösungen für den sich einstellenden Filtratvolumenstrom:

$$Vst_F = \frac{-1}{(2 \cdot (K \cdot c3))} \cdot \left(-1 + K \cdot c2 + \sqrt{1 - 2 \cdot K \cdot c2 + K^2 \cdot c2^2 - 4 \cdot K^2 \cdot c3 \cdot c1}\right) \qquad (15)$$

$$Vst_{F2} = \frac{-1}{(2 \cdot (K \cdot c3))} \cdot \left(-1 + K \cdot c2 - \sqrt{1 - 2 \cdot K \cdot c2 + K^2 \cdot c2^2 - 4 \cdot K^2 \cdot c3 \cdot c1}\right) \qquad (15')$$

Der Volumenstrom kann damit nur iterativ bestimmt werden, weil der Filtrationswiderstand zu dem sich einstellenden Volumenstrom jeweils neu berechnet werden mu
Im Programm sind zudem die folgenden Spezialfälle zu berücksichtigen:

a) c3=0 (lineare Charakteristik)

$$Vst_F = K \cdot \frac{c1}{(1 - K \cdot c2)} \qquad (16)$$

b) c2=0

$$Vst_F = \frac{-1}{(2 \cdot (K \cdot c3))} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 - 4 \cdot K^2 \cdot c3 \cdot c1}\right) \qquad (17)$$

c) c2=0 und c3=0 (konstanter Überdruck)

$$Vst_F = K \cdot c1 \qquad (18)$$

Der iterative Berechnungsablauf zur Bestimmung des Filtratvolumenstroms wird im Beispiel 3 gezeigt. Zunächst ist ein Druckverhältnis Phi anzunehmen. Damit kann aus der Gl. (3) der Filtrationswiderstand, aus der Gl. (14) die Hilfsgrösse K und aus den Gln. (15) bis (18) ein erster Filtratvolumenstrom errechnet werden. Der sich dazu einstellende Druckverlust im Kuchen folgt aus [MVT], Gln.(4.8) und (4.9) zu:

$$\Delta p_K = \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot \alpha_w \cdot L \qquad (19)$$

Damit erhält man aus der Gl. (5) ein neues Druckverhältnis, und die Rechnung kan wie beschrieben von neuem beginnen. Die Iteration wird abgebrochen, wenn sich das Druckverhältnis Phi gegenüber dem Wert aus der Vorrechnung um weniger als 0.001 % unterscheidet.

Die Filtrationszeit wird bei inkompressiblem Kuchen aus [MVT], Gl. (4.17) bestimmt:

$$dt = \frac{\rho_S \cdot A \cdot (1-\varepsilon)}{\rho_F \cdot (X_e - X_a)} \cdot \frac{dL}{Vst_F} \tag{20}$$

Weil der Volumenstrom nach den obigen Ausführungen iterativ zu bestimmen ist, mι die Integration der Gl.(20) numerisch durchgeführt werden:

$$t = \frac{\rho_S \cdot A \cdot (1-\varepsilon_L)}{\rho_F \cdot (X_e - X_a)} \cdot \int_{L_\alpha}^{L} \frac{1}{Vst_F} \, dL \tag{21}$$

Da die Kuchenparameter nach den Gln. (3) und (4) Mittelwerte über den ganzen Kuchen darstellen, ist es sinnvoll, in der Gl.(21) mit einem konstanten Mittelwert der Porosität zu rechnen (unterhalb einer Berechnungsschicht wird der Kuchen während der Filtration weiter gepresst). Man erhält die mittlere Porosität eps_L nach der Gl.(4) für das sich bei der Endkuchendicke L einstellende Druckverhältnis I

Überprüfen der Reynoldszahl

Die gezeigte Theorie für die Berechnung des Filtrationsverlaufs gilt nur für laminare Strömung. Aus diesem Grund wird im Programm ein Näherungswert für die Reynoldszahl ausgegeben. Diese erhält man mit dem gleichwertigen Kugeldurchmesser aus [MVT], (4.9)

$$d_{32} = \sqrt{\frac{(1-\varepsilon)^2 \cdot c_1}{\alpha_w \cdot \varepsilon^3}} \tag{22}$$

dem Formfaktor c_1 = 150 (Näherung!) und der Gl.(4.5) aus [MVT] zu:

$$Re = \frac{1}{1-\varepsilon} \cdot \frac{Vst_F}{A} \cdot \frac{\rho \cdot d_{32}}{\eta} \tag{23}$$

Laminare Strömung herrscht im Filterkuchen bis zu einem Wert dieser Reynoldszahl von rund 10.

Symbolverzeichnis

a_1, a_2	Koeffizienten der Gl.(3) für den Filtrationswiderstand	
A	durchströmte Gesamtoberfläche des Filtermittels	m^2
b_1, b_2	Koeffizienten der Gl.(4) für die Porosität	

c_1	Koeffizient der Gl.(12) für den Überdruck der Pumpe	Pa
c_2	Koeffizient der Gl.(12) für den Überdruck der Pumpe	$Pa \cdot s \cdot m^{-3}$
c_3	Koeffizient der Gl.(12) für den Überdruck der Pumpe	$Pa \cdot s^2 \cdot m^{-6}$
f_M	Filtermittelwiderstand	m^{-1}
L	Kuchendicke	m
Δp	Gesamtdruckdifferenz (Kuchen + Filtermittel)	Pa
Δp_K	Druckverlust im Filterkuchen	Pa
Δp_{K1}	Druckverlust im Filterkuchen bei der ersten Druckstufe im Laborfilterversuch (minimal gemessener Überdruck)	Pa
t	Filtrationszeit	s
Vst	Volumenstrom	$m^3 \cdot s^{-1}$
α_w	Filtrationswiderstand	m^{-2}
α_{wo}	Filtrationswiderstand bei Nulldruck (Koeff. der Gl.(3))	m^{-2}
ε	Porosität	
ε_o	Porosität bei Nulldruck (Koeffizient der Gl.(3))	
ρ	Dichte	$kg \cdot m^{-3}$
η	dynamische Viskosität	$Pa \cdot s$
Φ	Druckverhältnis nach der Gl.(5)	

Indizes

a	Austritt	e	Eintritt	F	Filtrat
s	Feststoff	α	zu Beginn	ω	am Ende

Literatur

[MVT] Zogg, M.: Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik, 3.Auflage, B.G.Teubner, Stuttgart 1993.

Beispiel 1: Kompressible Kuchenfiltration mit konstanter Druckdifferenz

Eingabegrössen

Filterfläche	$A := 1.5 \cdot m^2$
dynamische Viskosität	$\eta_F := 0.001 \cdot Pas$
Dichte Fluid	$\rho_F := 1000 \cdot kg \cdot m^3$
Dichte Feststoff	$\rho_s := 1500 \cdot kg \cdot m^3$
Beladung vor Filter	$X_e := 0.002$
Beladung nach Filter	$X_a := 0$
Porosität Kuchen	$\varepsilon_o := 0.93643$ $\quad e_1 := -0.0036886$ $\quad e_2 := 3.79438 \cdot 10^{-5}$
Filtrationswiderstand	$\alpha_{wo} := 8.7739 \cdot 10^{12} \cdot \frac{1}{m^2}$ $\quad a_1 := 0.20053$ $\quad a_2 := -9.5392 \cdot 10^{-4}$
minimaler Versuchsdruck	$\Delta p_{K1} := 13126 \cdot Pa$
Filtermittelwiderstand	$f_M := 8.00 \cdot 10^{10} \cdot \frac{1}{m}$
Gesamtdruckverlust über Filter	$\Delta p := 5 \cdot 10^4 \cdot Pa$
Anfangskuchendicke (bei Nulldruck)	$L_{\alpha o} := 0.00 \cdot m$
Endkuchendicke	$L_\omega := 0.010 \cdot m$

1. Näherung für Filtratvolumenstrom

1.Annahme: Druckverlust im Kuchen deltap_K = Gesamtdruckverlust deltap

$$\Delta p_K := \Delta p$$

Druckverhältnis aus (5)

$$\Phi := \frac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}} \qquad \Phi = 3.8092$$

mittlerer Filtrationswiderstand aus (3)

$$\alpha_w := \alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right) \qquad \alpha_{wo} = 8.7739 \cdot 10^{12} \cdot m^{-2}$$

Filtratvolumenstrom Vst_F

aus [MVT], Gl. (4.11)

$$Vst_F := \frac{A \cdot \Delta p}{\eta_F \cdot \left(\alpha_w \cdot L_\omega + f_M\right)} \qquad Vst_F = 3.2114 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 \cdot s^{-1}$$

2. Iterative Verbesserung des Filtratvolumenstroms Vst_F

Druckverlust im Filtermittel aus [MVT], Gl. (4.10)

$$\Delta p_M := f_M \cdot \eta_F \cdot \frac{Vst_F}{A} \qquad \Delta p_M = 1.7127 \cdot 10^4 \cdot Pa$$

verbleibender Druckverlust im Kuchen

$$\Delta p_K := \Delta p - \Delta p_M \qquad \Delta p_K = 3.2873 \cdot 10^4 \cdot Pa$$

neues Druckverhältnis aus (5) $\Phi := \dfrac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}}$ $\Phi = 2.5044$

neuer mittlerer Filtrationswiderstand aus (3)

$$\alpha_w := \alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right) \qquad \alpha_w = 1.3128 \cdot 10^{13} \cdot m^{-2}$$

neuer Filtratvolumenstrom
aus [MVT], Gl. (4.11)

$$Vst_F := \frac{A \cdot \Delta p}{\eta_F \cdot \left(\alpha_w \cdot L_\omega + f_M\right)} \qquad Vst_F = 3.5498 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 \cdot s^{-1}$$

Etc. Die weiteren n Iterationen nach diesem Schema liefern schliesslich:

Iteration n-1

$$Vst_F := 3.5955 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 \cdot s^{-1}$$

Iteration n

$$\Delta p_M := f_M \cdot \eta_F \cdot \frac{Vst_F}{A} \qquad \Delta p_M = 1.9176 \cdot 10^4 \cdot Pa$$

$$\Delta p_K := \Delta p - \Delta p_M \qquad \Delta p_K = 3.0824 \cdot 10^4 \cdot Pa$$

$$\Phi := \frac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}} \qquad \Phi = 2.3483$$

$$\alpha_w := \alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right) \qquad \alpha_w = 1.2859 \cdot 10^{13} \cdot m^{-2}$$

$$Vst_F := \frac{A \cdot \Delta p}{\eta_F \cdot \left(\alpha_w \cdot L_\omega + f_M\right)} \qquad Vst_F = 3.5955 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 \cdot s^{-1}$$

3. Zeit zum Aufbau der Kuchendicke L

mittlere Porosität aus (4)

$$\varepsilon := \varepsilon_o \cdot \left(1 + e_1 \cdot \Phi + e_2 \cdot \Phi^2\right) \qquad \varepsilon = 0.9285$$

Fiktive Anfangskuchendicke beim Überdruck delta_p aus (6)

$$L_\alpha := L_{\alpha o} \cdot \frac{\left(1 - \varepsilon_o\right)}{(1 - \varepsilon)} \qquad L_\alpha = 0 \cdot m$$

Die Filtrationszeit muss nun wie für den allgemeinen Fall numerisch bestimmt werden.

[MVT], Gl. (4.24) liefert allerdings eine **gute erste Näherung**:

$$t := \frac{\left[\left[\left(\frac{\alpha_w}{2}\right) \cdot \left(L_\omega^{\,2} - L_\alpha^{\,2}\right)\right] + f_M \cdot \left(L_\omega - L_\alpha\right)\right] \cdot \eta_F \cdot \rho_s \cdot (1 - \varepsilon)}{\Delta p \cdot \rho_F \cdot \left(X_e - X_a\right)} \qquad t = 1.5473 \cdot 10^3 \cdot s$$

4. Filtratvolumen V_F

Das Filtratvolumen kann aus [MVT], Gl. (4.26) bestimmt werden:

$$V_F := \frac{(1 - \varepsilon) \cdot \left(L_\omega - L_\alpha\right) \cdot A \cdot \rho_s}{\left(X_e - X_a\right) \cdot \rho_F} \qquad V_F = 0.8042 \cdot m^3$$

Beispiel 2: Kompressible Kuchenfiltration mit konstantem Volumenstrom

Eingabegrössen

Filterfläche $A := 1.5 \cdot m^2$

dynamische Viskosität $\eta_F := 0.001 \cdot Pas$

Dichte Fluid $\rho_F := 1000 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Dichte Feststoff $\rho_s := 1500 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Beladung vor Filter $X_e := 0.002$

Beladung nach Filter $X_a := 0$

Porosität Kuchen $\varepsilon_o := 0.93643$ $\quad e_1 := -0.0036886$ $\quad e_2 := 3.79438 \cdot 10^{-5}$

Filtrationswiderstand $\alpha_{wo} := 8.7739 \cdot 10^{12} \cdot m^{-2}$ $\quad a_1 := 0.20053$ $\quad a_2 := -9.5392 \cdot 10^{-4}$

minimaler Versuchsdruck $\Delta p_{K1} := 13126 \cdot Pa$

Filtermittelwiderstand $f_M := 8 \cdot 10^{10} \cdot \frac{1}{m}$

Volumenstrom $Vst_F := 0.0002 \cdot m^3 \cdot s^{-1}$

Anfangskuchendicke (bei Nulldruck) $L_{\alpha o} := 0.00 \cdot m$

Endkuchendicke $L_\omega := 0.01 \cdot m$

1. Druckverlust im Kuchen

Kuchendicke am Ende des Berechnungsabschnitts $L := L_\omega$

Druckverhältnis aus (10)

$$a := a_2 \qquad b := a_1 - \frac{\Delta p_{K1} \cdot A}{\left(Vst_F \cdot \eta_F \cdot \alpha_{wo} \cdot L\right)} \qquad c := 1$$

$$a = -9.5392 \cdot 10^{-4} \qquad b = -0.9215$$

$$0 = a \cdot \Phi^2 + b \cdot \Phi + c \qquad \Phi := \frac{-1}{(2 \cdot a)} \cdot \left(b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}\right) \qquad \Phi_2 := \frac{-1}{(2 \cdot a)} \cdot \left(b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}\right)$$

$$\Phi = 1.084 \qquad \Phi_2 = -967.0885$$

Druckverlust im Kuchen $\Delta p_K := \Phi \cdot \Delta p_{K1}$ $\quad \Delta p_K = 1.4228 \cdot 10^4 \cdot Pa$

Druckverlust im Filtermittel $\Delta p_M := \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot f_M$ $\quad \Delta p_M = 1.0667 \cdot 10^4 \cdot Pa$

Gesamtdruckverlust $\Delta p := \Delta p_K + \Delta p_M$ $\quad \Delta p = 2.4895 \cdot 10^4 \cdot Pa$

2. Zeit zum Aufbau der Kuchendicke L

mittlere Porosität aus dem Ansatz (4) $\varepsilon := \varepsilon_o \cdot \left(1 + e_1 \cdot \Phi + e_2 \cdot \Phi^2\right)$ $\varepsilon = 0.9327$

fiktive Anfangskuchendicke aus (6) $L_\alpha := L_{\alpha o} \cdot \frac{\left(1 - \varepsilon_o\right)}{(1 - \varepsilon)}$ $L_\alpha = 0 \cdot m$

Filtrationszeit aus (11) zu

$$t := \frac{\left(L_\omega - L_\alpha\right) \cdot \left[\rho_s \cdot A \cdot (1 - \varepsilon)\right]}{Vst_F \cdot \rho_F \cdot \left(X_e - X_a\right)} \qquad t = 3.7841 \cdot 10^3 \cdot s$$

3. Filtratvolumen V_F

Filtratvolumen aus [MVT], Gl.(4.23) $V_F := Vst_F \cdot t$ $V_F = 0.7568 \cdot m^3$

Beispiel 3: Kompressible Kuchenfiltration, allgemeiner Fall

Eingabegrössen

Filterfläche		$A := 1.5\cdot m^2$
dynamische Viskosität		$\eta_F := 0.001\cdot Pas$
Dichte Fluid		$\rho_F := 1000\cdot kg\cdot m^{-3}$
Dichte Feststoff		$\rho_s := 1500\cdot kg\cdot m^{-3}$
Beladung vor Filter		$X_e := 0.002$
Beladung nach Filter		$X_a := 0$
Porosität Kuchen	$\varepsilon_o := 0.93643$	$e_1 := -0.0036886$ $\quad e_2 := 3.79438\cdot 10^{-5}$
Filtrationswiderstand	$\alpha_{wo} := 8.7739\cdot 10^{12}\cdot m^{-2}$	$a_1 := 0.20053$ $\quad a_2 := -9.5392\cdot 10^{-4}$
minimaler Versuchsdruck		$\Delta p_{K1} := 13126\cdot Pa$
Filtermittelwiderstand		$f_M := 8.00\cdot 10^{10}\cdot m^{-1}$
Druckverlust über Filter aus Charakteristik (12)		$c1 := 8\cdot 10^4\cdot kg\cdot m^{-1}\cdot s^{-2}$ $c2 := -5\cdot 10^7\cdot kg\cdot m^{-4}\cdot s^{-1}$ $c3 := -2\cdot 10^{10}\cdot kg\cdot m^{-7}$
Anfangskuchendicke bei deltap=0		$L_{\alpha o} := 0.00\cdot m$
Endkuchendicke		$L := 0.01\cdot m$

1. Filtratvolumenstrom Vst_F

Erste Näherung mit $\Phi := 0$

Filtrationswiderstand aus (3) $\quad \alpha_w := \alpha_{wo}\cdot\left(1 + a_1\cdot\Phi + a_2\cdot\Phi^2\right) \quad \alpha_w = 8.7739\cdot 10^{12}\cdot m^{-2}$

Hilfsgrösse aus (14) $\quad K := \dfrac{A}{\eta_F\cdot\left(\alpha_w\cdot L + f_M\right)} \quad K = 8.9425\cdot 10^{-9}\cdot kg^{-1}\cdot m^4\cdot s$

Filtratvolumenstrom aus (15)

$$Vst_F := \frac{-1}{(2\cdot(K\cdot c3))}\cdot\left(-1 + K\cdot c2 + \sqrt{1 - 2\cdot K\cdot c2 + K^2\cdot c2^2 - 4\cdot K^2\cdot c3\cdot c1}\right)$$

$$Vst_F = 4.6736\cdot 10^{-4}\cdot m^3\cdot s^{-1}$$

Druckverlust im Kuchen aus (19) $\Delta p_K := \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot \alpha_w \cdot L$ $\Delta p_K = 2.7337 \cdot 10^4 \cdot Pa$

neues Druckverhältnis aus (5) $\Phi := \frac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}}$ $\Phi = 2.0827$

Etc. Die weiteren n Iterationen nach diesem Schema liefern schliesslich:

Iteration n-1 $\Phi := 2.7261$

Iteration n $\alpha_w := \alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right)$ $\alpha_w = 1.3508 \cdot 10^{13} \cdot m^{-2}$

$K := \frac{A}{\eta_F \cdot \left(\alpha_w \cdot L + f_M\right)}$ $K = 6.9741 \cdot 10^{-9} \cdot kg^{-1} \cdot m^4 \cdot s$

$$Vst_F := \frac{-1}{(2 \cdot (K \cdot c3))} \cdot \left(-1 + K \cdot c2 + \sqrt{1 - 2 \cdot K \cdot c2 + K^2 \cdot c2^2 - 4 \cdot K^2 \cdot c3 \cdot c1}\right)$$

$Vst_F = 3.9735 \cdot 10^{-4} \cdot m^3 \cdot s^{-1}$

$\Delta p_K := \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot \alpha_w \cdot L$ $\Delta p_K = 3.5783 \cdot 10^4 \cdot Pa$

$\Phi := \frac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}}$ $\Phi = 2.7261$

2. Druckverlust im Kuchen aus (19) $\Delta p_M := \frac{Vst_F}{A} \cdot \eta_F \cdot f_M$ $\Delta p_M = 2.1192 \cdot 10^4 \cdot Pa$

Gesamtdruckverlust $\Delta p := \Delta p_K + \Delta p_M$ $\Delta p = 5.6975 \cdot 10^4 \cdot Pa$

Kontrolle mit Charakteristik (12) $\Delta p := c1 + c2 \cdot Vst_F + c3 \cdot Vst_F^2$ $\Delta p = 5.6975 \cdot 10^4 \cdot Pa$

3. Zeit zum Aufbau der Kuchendicke L (Filtrationszeit)

mittlere Porosität aus (4) $\varepsilon := \varepsilon_o \cdot \left(1 + e_1 \cdot \Phi + e_2 \cdot \Phi^2\right)$ $\varepsilon = 0.9273$

fiktive Anfangskuchendicke
bei dieser Porosität aus (6) $L_\alpha := L_{\alpha o} \cdot \frac{\left(1 - \varepsilon_o\right)}{(1 - \varepsilon)}$ $L_\alpha = 0 \cdot m$

Grobe Näherung mit einem mittleren Volumenstrom:

Maximaler Volumenstrom für L_alfao = 0

aus (3) und (14) $K := \frac{A}{\eta_F \cdot \left[\alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right) \cdot L_{\alpha o} + f_M\right]}$

aus (15)

$$K = 1.875\cdot 10^{-8}\cdot kg^{-1}\cdot m^4\cdot s$$

$$Vst_{F.max} := \frac{-1}{(2\cdot(K\cdot c3))}\cdot\left(-1 + K\cdot c2 + \sqrt{1 - 2\cdot K\cdot c2 + K^2\cdot c2^2 - 4\cdot K^2\cdot c3\cdot c1}\right)$$

$$Vst_{F.max} = 6.8372\cdot 10^{-4}\cdot m^3\cdot s^{-1}$$

mittlerer Volumenstrom

$$Vst_{F.m} := \frac{Vst_F + Vst_{F.max}}{2} \qquad Vst_{F.m} = 5.4053\cdot 10^{-4}\cdot m^3\cdot s^{-1}$$

Damit erhält man aus (21) als grobe Näherung für die Filtrationszeit:

$$t := \frac{\rho_s\cdot A\cdot(1-\varepsilon)}{\rho_F\cdot\left(X_e - X_a\right)}\cdot\frac{\left(L - L_\alpha\right)}{Vst_{F.m}} \qquad t = 1.5136\cdot 10^3\cdot s$$

Im Programm wird die Integration numerisch durchgeführt. Dieses Näherungsergebnis stimmt deshalb mit dem Resultat des Programms nur ungefähr überein.

4. Filtratvolumen

Das Filtratvolumen folgt aus [MVT], Gl. (4.26) zu:

$$V_F := \frac{(1-\varepsilon)\cdot\left(L - L_\alpha\right)\cdot A\cdot\rho_s}{\left(X_e - X_a\right)\cdot\rho_F} \qquad V_F = 0.8181\cdot m^3$$

Bestimmen der Parameter kompressibler Kuchen und des Filtermittelwiderstands aus Versuchen im Laborfilter

Für das Auslegen und Optimieren von Apparaten zur Kuchenfiltration benötigt man die folgenden experimentell zu bestimmenden Grössen ([MVT], Abschnitt 4.1):

- Filtermittelwiderstand f_M,
- Filtrationswiderstand des Kuchens alfa_w und
- Porosität des Filterkuchens eps.

Im nächsten Abschnitt wird eine neue Methode zum Auswerten von Versuchen für die Ermittlung des Filtrationswiderstands und der Porosität des im allgemeinen kompressiblen Filterkuchens beschrieben. Aus einem Vorversuch mit reinem Filtrat oder mit Wasser muss man dazu den Filtermittelwiderstand kennen.

LaFm: Bestimmung des Filtermittelwiderstands

Bei geschickter Wahl des Filtermittels ist der Filtermittelwiderstand nur von untergeordneter Bedeutung. Man kann sich deshalb hier mit einer recht groben Bestimmung begnügen. Im Falle einer laminaren Durchströmung gilt für den Druckverlust des Filtermittels die Gl.(4.10) in [MVT]. Daraus erhält man aus einer Messung des Druckverlusts beim Durchströmen eines Filtermittels mit reinem Filtrat (oder mit Wasser) den Filtermittelwiderstand zu:

$$f_M = \frac{\Delta p_M \cdot A}{\eta_F \cdot Vst_F} \qquad (1)$$

Darin bedeuten:

A	Querschnittsfläche des Filtermittels (durchströmte Fläche)	m^2
f_M	Filtermittelwiderstand	m^{-1}
Δp_M	Druckverlust im Filtermittel	Pa
Vst_F	Filtratvolumenstrom	$m^3 \cdot s^{-1}$
η_F	dynamische Viskosität	$Pa \cdot s$

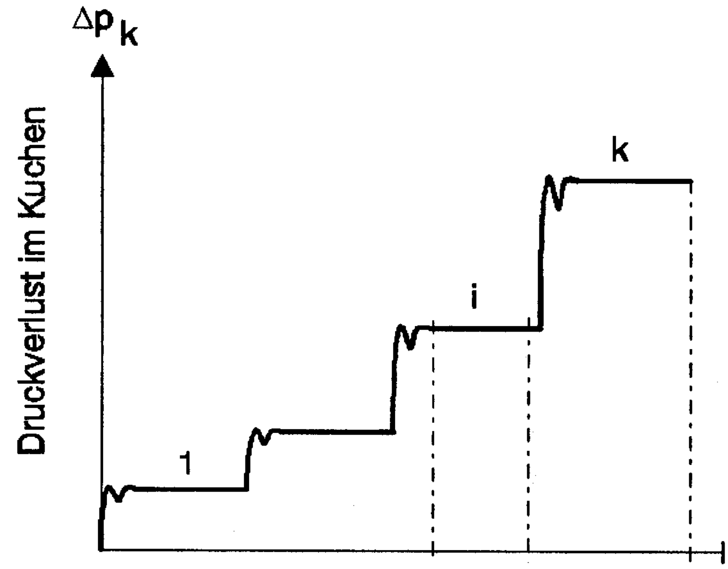
Diesen Versuch muss man für einige Leerrohrgeschwindigkeiten im Bereich der tatsächlichen Filtration wiederholen. Solange man den laminaren Strömungsbereich nicht verlässt, erhält man immer die gleichen Filtrationswiderstände. Bei den Versuchen ist darauf zu achten, dass wegen der starken Temperaturabhängigkeit der Viskosität auch die Temperatur in der Filterzelle mitgemessen wird.

Im Programm LaFm kann man einige Messwerte eingeben und daraus den mittleren Filtrationswiderstand berechnen. Die dynamische Viskosität wird in Abhängigkeit der Temperatur aus der Stoffdatenbank bestimmt.

LaFi: Auswertung der Laborfiltration bei kompressiblem Kuchen

Das Programm LaFi dient der Berechnung der Parameter kompressibler Filterkuchen aus Messungen an einem Laborfilter. Diese Messungen werden nach der Druckstufenmethode durchgeführt. Dabei wird eine Probesuspension nach dem **Bild 1** über mehrere Stufen mit konstantem Druck filtriert.

***Bild 1**: Filtration nach der Druckstufenmethode*



Da eine aussagekräftige Messung bei kleinen Suspensionsmengen einen raschen und präzisen Druckwechsel und eine ebenso schnelle Datenerfassung erfordert, wurde zur Durchführung der Druckstufenfiltration eine mit einem PC automatisierte Apparatur entwickelt [Zo1]. Es geht allerdings auch mit einfacheren Mitteln. Bei genügender Probemenge können beispielsweise mehrere Messungen mit jeweils konstantem Überdruck mit normalen Laborfiltern durchgeführt werden. Da die Kompression des Kuchens teilweise plastisch oder durch Teilchenbruch erfolgt, ist bei Druckstufenversuchen allerdings strikte darauf zu achten, dass die Versuche mit zunehmendem Druck durchgeführt werden. Die bei den Versuchen zu messenden Grössen können den Eingaben des Programms LaFi entnommen werden.

Sie können die folgenden Erläuterungen des Rechnungsgangs zur Versuchsauswertung am besten anhand des nach diesen Ausführungen angefügten Zahlenbeispiels verfolgen.

Am **Ende der Versuche** werden die Gesamtfiltratmasse und die Kuchendicke gemessen. Aus diesen Messwerten können wir nach [MVT], Gl.(4.20) die Porosität im Kuchen bestimmen:

$$\varepsilon_{\omega} = 1 - \frac{M_{F\omega} \cdot X_e}{L_{\omega} \cdot A \cdot \rho_s} \qquad (1)$$

Mit der Annahme, dass diese Porosität derjenigen in der **letzten Druckstufe** entspreche,

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{\omega} \qquad (2)$$

lassen sich die Kuchendicken am Anfang und am Ende der letzten Druckstufen aus den jweils gemessenen Filtratmassen mit Hilfe der Gl.(4.18) aus [MVT] errechnen:

$$L_k = \frac{M_{Fk} \cdot X_e}{\left(1 - \varepsilon_k\right) \cdot A \cdot \rho_s} \tag{3}$$

Die Annahme (2) trifft zwar nicht exakt zu. Der mit dieser Näherung in die Rechnung getragene Fehler wirkt sich für die spätere Filterauslegung (Programm Filt) jedoch nur mit einem kleinen Fehler in der berechneten Kuchendicke aus. Sie ist ohne Einfluss auf den berechneten zeitlichen Verlauf des Filtratvolumens, des Filtratvolumenstroms und des Druckverlusts im Kuchen.

Mit den Kuchendicken aus der Gl.(3) können wir nun den mittleren Filtrationswiderstand gemäss [MVT], Gl.(4.24) für konstanten Überdruck bestimmen:

$$\alpha_w = \left[\frac{\Delta p \cdot \rho_F \cdot X_e}{\eta_F \cdot \rho_s \cdot \left(1 - \varepsilon\right)} \cdot \left(t_\omega - t_\alpha\right) - f_M \cdot \left(L_\omega - L_\alpha\right) \right] \cdot \frac{2}{\left(L_\omega^2 - L_\alpha^2\right)} \tag{4}$$

Da man die Kuchendicke im Innern von Filterapparaten während der Filtration nur schwer messen kann, muss man sie über die in [Zo2] festgestellte ungefähre Konsta des Koeffizienten c_1 für den Widerstandsbeiwert der Gl.(4.9) in [MVT] während der Kompression von Filterkuchen berechnen. c_1 hängt im wesentlichen von der Geometrie der Teilchen ab und soll im folgenden als Geometriekoeffizient bezeichnet werden. Wir erhalten ihn mit der Gl.(4.9) aus der Messung an der letzten Druckstufe zu:

$$c_1 = \frac{\alpha_{wk} \cdot \varepsilon_k^3}{\left(1 - \varepsilon_k\right)^2} \tag{5}$$

Aus dieser Gleichung kann für die folgenden Druckstufen die sich jeweils einstellende Porosität durch numerisches Lösen der kubischen Gleichung

$$1 - 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2 - \alpha_w \cdot \frac{\varepsilon^3}{c_1} = 0 \tag{5'}$$

berechnet werden.

Den Verlauf der Rechnung für die Druckstufen 1..k-1 kann man nun leicht am Beispiel erkennen:

1. Annahme einer Porosität (1. Näherung jeweils Porosität der Nachstufe),
2. Berechnen der Kuchendicken zu Beginn und am Ende jeder Druckstufe aus (3),
3. Bestimmen des Filtrationswiderstands aus (4),
4. Numerische Bestimmung des verbesserten Porositätswerts aus (5'),
5. Weiterrechnung ab 2., bis sich die Porosität nicht mehr ändert.

Diese Auswertung wird für alle Druckstufen durchgeführt. Anschliessend werden die errechneten Werte der Porosität und des Filtrationswiderstands in Abhängigkeit des mit dem Druckverlust im Kuchen bei der ersten Druckstufe deltap_K1 gebildeten Druckverhältnisses

$$\Phi = \frac{\Delta p_K}{\Delta p_{K1}} \tag{6}$$

durch ein Polynom zweiten Grades ausgeglichen und die Ergebnisse in der folgenden Form dargestellt:

$$\alpha_w = \alpha_{wo} \cdot \left(1 + a_1 \cdot \Phi + a_2 \cdot \Phi^2\right) \tag{7}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_o \cdot \left(1 + e_1 \cdot \Phi + e_2 \cdot \Phi^2\right) \tag{8}$$

Darin sind alfaw_o und eps_o die Kuchenparameter bei einem verschwindend kleinen Überdruck im Filterkuchen. Den Druckverlust im Kuchen erhält man man für jede Druckstufe aus der gemessenen Gesamtdruckdifferenz abzüglich dem mittleren Druckverlust im Filterkuchen nach [MVT], Gl.(4.11):

$$\Delta p_K = \Delta p - f_M \cdot \eta_F \cdot \frac{M_{F\omega} - M_{F\alpha}}{\rho_F \cdot \left(t_\omega - t_\alpha\right) \cdot A} \tag{9}$$

Symbolverzeichnis

a_1, a_2	Koeffizienten der Gl.(7) für den Filtrationswiderstand	
A	durchströmte Gesamtoberfläche des Filtermittels	m^2
b_1, b_2	Koeffizienten der Gl.(8) für die Porosität	
c_1	Geometriekoeffizient nach der Gl.(5)	m^{-2}
f_M	Filtermittelwiderstand	m^{-1}
L	Kuchendicke	m
M_F	Filtratmasse	kg
Δp	Gesamtdruckdifferenz (Kuchen + Filtermittel; einschliesslich dem einzugebenden hydrostatischen Druck)	Pa
Δp_K	Druckverlust im Filterkuchen	Pa
Δp_{K1}	Druckverlust im Filterkuchen bei der ersten Druckstufe im Laborfilterversuch (minimal gemessener Überdruck)	Pa
t	Filtrationszeit	s

α_w	Filtrationswiderstand	m^{-2}
α_{wo}	Filtrationswiderstand bei Nulldruck (Koeff. der Gl.(7))	m^{-2}
ε	Porosität	
ε_o	Porosität bei Nulldruck (Koeffizient der Gl.(8))	
ρ	Dichte	$kg \cdot m^{-3}$
η	dynamische Viskosität	$Pa \cdot s$
Φ	Druckverhältnis nach der Gl.(6)	

Indizes

a	Austritt
e	Eintritt
F	Filtrat
i	beliebige Druckstufe
i_α	Anfang der Messung bei der beliebigen Druckstufe i
i_ω	Ende der Messung bei der beliebigen Druckstufe i
k_α	Anfang der Messung bei der letzten Druckstufe
k_ω	Ende der Messung bei der letzten Druckstufe
s	Feststoff
ω	Ende der ganzen Versuchsreihe

Literatur

[MVT] Zogg, M.: Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik, 3.Auflage, B.G.Teubner, Stuttgart 1993.

[Zo1] Zogg,M.: Automatisierte Bestimmung der Parameter kompressibler Filterkuchen - Publikation in Vorbereitung.

[Zo2] Zogg,M.: Experimentelle Bestimmung der Filtrationseigenschaften kompressibler Filterkuchen, SwissChem 2(1980)6, 43/54.

Beispiel zur Auswertung nach der Druckstufenmethode

Eingabegrössen

Filterfläche	$A := 0.01674 \cdot m^2$
dynamische Viskosität	$\eta_F := 0.0010522 \cdot Pa \cdot s$
Dichte Fluid	$\rho_F := 998.78 \cdot kg \cdot m^{-3}$
Dichte Feststoff	$\rho_s := 1510 \cdot kg \cdot m^{-3}$
Beladung vor Filter	$X_e := 0.00334$
Beladung nach Filter = 0	
Filtermittelwiderstand	$f_M := 2.5 \cdot 10^9 \cdot m^{-1}$

Versuchsergebnisse

Ende der Versuchsreihe

Kuchendicke am Ende der Versuchsreihe	$L_\omega := 0.0133 \cdot m$
Filtratmasse am Ende der Versuchsreihe	$M_{F\omega} := 15.00 \cdot kg$

letzte Druckstufe k

Gesamtdruckverlust bei der Messung k	$\Delta p_k := 6.11026 \cdot 10^5 \cdot Pa$
Zeit zu Beginn der Messung k	$t_{k\alpha} := 945 \cdot s$
Zeit am Ende der Messung k	$t_{k\omega} := 1010 \cdot s$
Filtratmasse zu Beginn der Messung k	$M_{Fk\alpha} := 12.64 \cdot kg$
Filtratmasse am Ende der Messung k	$M_{Fk\omega} := 13.53 \cdot kg$

beliebige Druckstufe i (Nachstehend Druckstufe 5 der Vorgabewerte im Programm)

Gesamtdruckverlust bei der Messung i	$\Delta p_i := 1.26626 \cdot 10^5 \cdot Pa$
Zeit zu Beginn der Messung i	$t_{i\alpha} := 630 \cdot s$
Zeit am Ende der Messung i	$t_{i\omega} := 760 \cdot s$
Filtratmasse zu Beginn der Messung i	$M_{Fi\alpha} := 7.173 \cdot kg$
Filtratmasse am Ende der Messung i	$M_{Fi\omega} := 8.101 \cdot kg$

erste Druckstufe

Gesamtdruckverlust bei der Messung 1	$\Delta p_1 := 13126 \cdot Pa$
Zeit zu Beginn der Messung 1	$t_{1\alpha} := 10 \cdot s$
Zeit am Ende der Messung 1	$t_{1\omega} := 180 \cdot s$
Filtratmasse zu Beginn der Messung 1	$M_{F1\alpha} := 0.559 \cdot kg$
Filtratmasse am Ende der Messung 1	$M_{F1\omega} := 1.803 \cdot kg$

Ende der Messreihe

Porosität am Ende der Messung aus (1) $\varepsilon_\omega := 1 - \frac{M_{F\omega} \cdot X_e}{L_\omega \cdot A \cdot \rho_s}$ $\varepsilon_\omega = 0.85098$

letzte Messreihe k

Näherung für die Porosität der letzten Messreihe: $\varepsilon_k := \varepsilon_\omega$

Kuchendicke zu Beginn der Messung k aus (3) $L_{k\alpha} := \frac{M_{Fk\alpha} \cdot X_e}{(1 - \varepsilon_k) \cdot A \cdot \rho_s}$ $L_{k\alpha} = 0.01121 \cdot m$

Kuchendicke am Ende der Messung k aus (3) $L_{k\omega} := \frac{M_{Fk\omega} \cdot X_e}{(1 - \varepsilon_k) \cdot A \cdot \rho_s}$ $L_{k\omega} = 0.012 \cdot m$

Filtrationswiderstand aus (4)

$$\alpha_{wk} := \left[\frac{\Delta p_k \cdot \rho_F \cdot X_e}{\eta_F \cdot \rho_s \cdot (1 - \varepsilon_k)} \cdot (t_{k\omega} - t_{k\alpha}) - f_M \cdot (L_{k\omega} - L_{k\alpha}) \right] \cdot \frac{2}{\left(L_{k\omega}^2 - L_{k\alpha}^2\right)}$$

$\alpha_{wk} = 6.09 \cdot 10^{13} \cdot m^{-2}$

Geometriekoeffizent aus (5) $c_1 := \frac{\alpha_{wk} \cdot \varepsilon_k^3}{(1 - \varepsilon_k)^2}$ $c_1 = 1.690 \cdot 10^{15} \cdot m^{-2}$

allgemeine Messreihe i

1. Näherung für die Porosität $\varepsilon_i := \varepsilon_k$

Kuchendicke zu Beginn der Messung k aus (3) $L_{i\alpha} := \frac{M_{Fi\alpha} \cdot X_e}{(1 - \varepsilon_i) \cdot A \cdot \rho_s}$ $L_{i\alpha} = 0.00636 \cdot m$

Kuchendicke am Ende der Messung k aus (3) $L_{i\omega} := \frac{M_{Fi\omega} \cdot X_e}{(1 - \varepsilon_i) \cdot A \cdot \rho_s}$ $L_{i\omega} = 0.007183 \cdot m$

Filtrationswiderstand aus (4)

$$\alpha_{wi} := \left[\frac{\Delta p_i \cdot \rho_F \cdot X_e}{\eta_F \cdot \rho_s \cdot (1 - \varepsilon_i)} \cdot (t_{i\omega} - t_{i\alpha}) - f_M \cdot (L_{i\omega} - L_{i\alpha}) \right] \cdot \frac{2}{\left(L_{i\omega}^2 - L_{i\alpha}^2\right)}$$

$\alpha_{wi} = 4.126 \cdot 10^{13} \cdot m^{-2}$

neue Porosität numerisch aus (5')

$$f(\varepsilon_i) := 1 - 2 \cdot \varepsilon_i + \varepsilon_i^2 - \alpha_{wi} \cdot \frac{\varepsilon_i^3}{c_1} \qquad \mathrm{root}(f(\varepsilon_i), \varepsilon_i) = 0.8714$$

Mit diesem neuen Wert für die Porosität ist die Rechnung zu wiederholen, bis sich der Wert der Porosität nicht mehr ändert.

Ergebnis der Iteration

$$\varepsilon_i := 0.88605$$

$$L_{i\alpha} := \frac{M_{Fi\alpha} \cdot X_e}{(1-\varepsilon_i) \cdot A \cdot \rho_s} \qquad L_{i\alpha} = 0.008318 \cdot m \qquad L_{i\omega} := \frac{M_{Fi\omega} \cdot X_e}{(1-\varepsilon_i) \cdot A \cdot \rho_s} \qquad L_{i\omega} = 0.009394 \cdot m$$

$$\alpha_{wi} := \left[\frac{\Delta p_i \cdot \rho_F \cdot X_e}{\eta_F \cdot \rho_s \cdot (1-\varepsilon_i)} \cdot (t_{i\omega} - t_{i\alpha}) - f_M \cdot (L_{i\omega} - L_{i\alpha}) \right] \cdot \frac{2}{\left(L_{i\omega}^2 - L_{i\alpha}^2\right)} \qquad \alpha_{wi} = 3.155 \cdot 10^{13} \cdot m^{-2}$$

$$f(\varepsilon) := 1 - 2 \cdot \varepsilon + \varepsilon^2 - \alpha_{wi} \cdot \frac{\varepsilon^3}{c_1} \qquad \mathrm{root}\left(f(\varepsilon_i), \varepsilon_i\right) = 0.88605$$

Druckverhältnis Phi

Druckverlust im Kuchen bei der Messung 1 aus (9)

$$\Delta p_{K1} := \Delta p_1 - f_M \cdot \eta_F \cdot \frac{M_{F1\omega} - M_{F1\alpha}}{\rho_F \cdot (t_{1\omega} - t_{1\alpha}) \cdot A} \qquad \Delta p_{K1} = 1.197 \cdot 10^4 \cdot Pa$$

Druckverlust im Kuchen bei der Messung i aus (9)

$$\Delta p_{Ki} := \Delta p_i - f_M \cdot \eta_F \cdot \frac{M_{Fi\omega} - M_{Fi\alpha}}{\rho_F \cdot (t_{i\omega} - t_{i\alpha}) \cdot A} \qquad \Delta p_{Ki} = 1.255 \cdot 10^5 \cdot Pa$$

Druckverhältnis aus (6)

$$\Phi := \frac{\Delta p_{Ki}}{\Delta p_{K1}} \qquad \Phi = 10.481$$

Membran: Membrantrennverfahren

Von den Querstrom-Membranverfahren ist die Umkehrosmose der allgemeinste Fall, da bei dieser der osmotische Druck stets zu berücksichtigen ist. Dieser ändert infolge der Aufkonzentrierung in der Strömungsrichtung des Konzentrats.Wir führen die folgenden Überlegungen deshalb zunächst für eine Umkehrosmose durch Die Ergebnisse können wir dann sinngemäss auf die Nanofiltration, die Ultrafiltration und die Querstrommikrofiltration übertragen.

Die Berechnung der Membrantrennverfahren beruht auf der Strömung des Permeats durch die Membran und dem Stofftransport der abzutrennenden Komponente von der Membranoberfläche zurück ins Konzentrat. Da die abzutrennende Komponente mit dem Permeatstrom zur Membranoberfläche geführt wird, ergibt sich an einem beliebigen Schnitt durch das Modul der im **Bild 1** gezeigte Konzentrationsverlauf.

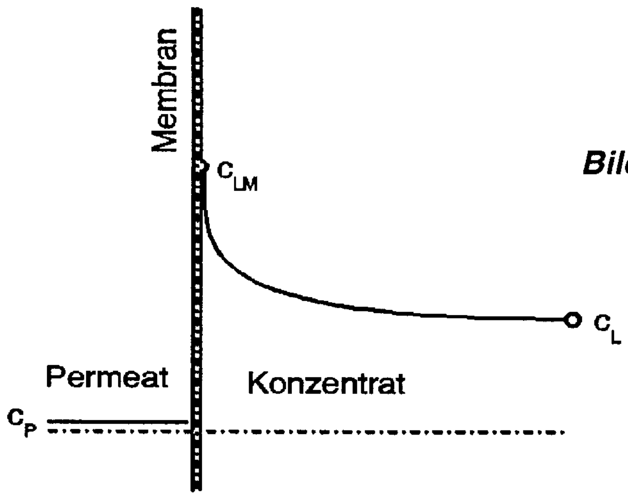


***Bild 1:** Konzentrationsprofil der abzutrennenden Komponente*

a) Permeatvolumenstrom

Voraussetzung für das Betreiben eines Membrantrennverfahrens ist eine Druckdifferenz zwischen der Konzentrat- und der Permeatseite. Wir bezeichnen diese als Gesamtdruckdifferenz. Im Falle der Umkehrosmose und der Nanofiltration ist davon die osmotische Druckdifferenz zwischen der Konzentrat- und der Permeatseite abzuziehen:

$$\Delta p_0 = \alpha \cdot \frac{c_{LM} - c_P}{M_m} \cdot R_u \cdot T \qquad (1)$$

Der Dissoziationsgrad α in der Gleichung (1) entspricht der Anzahl Ionen, in die ein Salzmolekül dissoziiert. Wenn keine Dissoziation stattfindet, ist $\alpha = 1$ zu setzen. Bei der Ultrafiltration und der Querstrommikrofiltration kann der osmostische Druck vernachlässigt werden. Im Bereich der Umkehrosmose kann er dagegen Werte bis über 100 bar annehmen. R_u ist die universelle Gaskonstante, M_m die Molmasse d abzutrennenden Komponente und T die Temperatur.

Einer der Kennwerte einer Membran ist ihr Rückhaltevermögen:

$$Rv = 1 - \frac{c_P}{c_{LM}} \qquad (2)$$

Wir können damit aus der Gl.(1) die Konzentration im Permeat

$$c_p = (1 - Rv) \cdot c_{LM} \qquad (2')$$

eliminieren und erhalten als osmotische Druckdifferenz:

$$\Delta p_o = \frac{\alpha \cdot Rv \cdot R_u \cdot T}{M_m} \cdot c_{LM} \qquad (3)$$

Den für das Durchströmen der Membran zur Verfügung stehenden hydrostatischen Überdruck erhalten wir somit als:

$$\Delta p_M = \Delta p - \Delta p_o \qquad (4)$$

Daraus können wird durch Einführen des analog zum Filtermittelwiderstand nach [MVT], Gl.(4.10) definierten Membranwiderstands f_M die sich in der Membran einstellende Volumenstromdichte, den sogenannten Permeatfluss, berechnen:

$$J_P = \frac{Vst_P}{A} = \frac{\Delta p_M}{f_M \cdot \eta_P} \qquad (5)$$

Im Moment fehlt uns dazu noch die sich auf der Konzentratseite über der Membranoberfläche einstellende Konzentration der abzutrennenden Komponente c_LM zur Ermittlung der osmotischen Druckdifferenz aus der Gl.(3). Wir werden dar im nächsten Abschnitt zurückkommen.

Bei vernachlässigbarer osmotischer Druckdifferenz (Querstrommikrofiltration, Ultrafiltration) können wir den Permeatfluss aus der Näherung

$$J_P = \frac{Vst_P}{A} = \frac{\Delta p}{f_M \cdot \eta_P} \qquad (5')$$

bereits bestimmen. Der Membranwiderstand f_M wird am zweckmässigsten mit reine Flüssigkeiten durch einen einfachen Versuch mit den einzusetzenden Moduln analo den Ausführungen in [MVT], Abschnitt 4.1.1 ermittelt. Bei bekannter Permeabiliät k_I einer Membran kann der Membranwiderstand f_M aus der Beziehung

$$f_M = \frac{k_M}{\eta_P} \qquad (6)$$

ermittelt werden.

b) Stofftransport ab der Membranoberfläche und Konzentrationen im Permeat über der Membranoberfläche

Infolge des im Bild 1 gezeigten Konzentrationsprofils stellt sich von der Membranoberfläche in die Kernströmung des Konzentrats ein "Rücktransportstrom" ein. Die Massenstromdichte dieses Stroms können wir für eine beliebige Stelle x in der Grenzschicht mit der Konzentration c der abzutrennenden Komponente als Diffusionsstrom nach dem Fick'schen Gesetz (siehe [W+S], Kap. 1) berechnen:

$$mst_D = -D \cdot \frac{dc}{dx} \tag{7}$$

Gemäss dem **Bild 2** tritt durch die Membran die Volumenstromdichte J_P an Permeat:

$$J_P = \frac{Vst_P}{A} \tag{8}$$

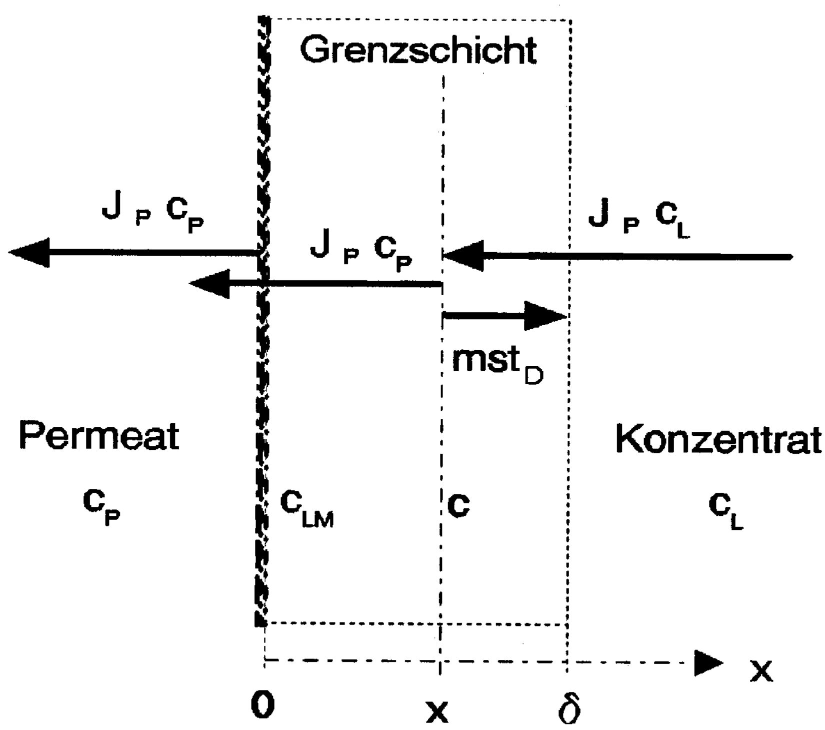


***Bild 2:** Massenstromdichten der abzutrennenden Komponente an einem beliebigen Schnitt durch das Modul*

Die gleiche Volumenstromdichte J_p muss bei stationärem Betrieb auch in der Grenzschicht in Richtung der Membran auftreten: Bild 2. Damit ergibt sich an einer beliebige Stelle x in der Grenzschicht die folgende Massenstromdichtenbilanz für die abzutrennende Komponente:

$$J_P \cdot c_P = J_P \cdot c - mst_D \tag{9}$$

Durch Einsetzen der Massenstromdichte des "Rückstroms" aus der Gl.(7) erhalten w

$$J_P \left(c - c_P\right) = -D \cdot \frac{dc}{dx} \tag{9'}$$

Schliesslich finden wir daraus durch Trennen der Variablen und Integration über die ganze Grenzschichtdicke

$$\frac{J_P}{D}\cdot\int_0^{\delta} 1\,dx = \int_{c_L}^{c_{LM}} \frac{dc}{c - c_P}\,dc \qquad (9'')$$

die folgende Beziehung:

$$\frac{J_P\cdot\delta}{D} = \ln\left(\frac{c_{LM} - c_P}{c_L - c_P}\right) \qquad (9''')$$

Durch Einführen des Stoffübergangskoeffizienten (siehe [W+S], Kap. 1)

$$\beta = \frac{D}{\delta} \qquad (10)$$

erhalten wir damit das folgende Verhältnis der Konzentrationsdifferenzen:

$$\frac{c_{LM} - c_P}{c_L - c_P} = \exp\left(\frac{J_P}{\beta}\right) \qquad (11)$$

Mit der Konzentration im Permeat c_P aus der Gl. (2') können wir damit die Konzentration c_LM an der Membranoberfläche

$$c_{LM} = \frac{c_L}{\dfrac{Rv}{\exp\left(\dfrac{J_P}{\beta}\right)} + (1 - Rv)} \qquad (12)$$

beziehungsweise die Konzentrationsüberhöhung berechnen:

$$\gamma = \frac{c_{LM}}{c_L} = \frac{1}{\dfrac{Rv}{\exp\left(\dfrac{J_P}{\beta}\right)} + (1 - Rv)} \qquad (13)$$

In dieser Gleichung ist der Stoffübergangskoeffizient nach den Ausführungen in [W+S] Kap. 1 aus Beziehungen für die Sherwoodzahl in Abhängigkeit der Reynoldszahl, der Schmidtzahl und der dimensionslosen Anlauflänge zu berechnen:

$$Sh = \frac{\beta\cdot d_h}{D} \qquad (14)$$

$$Sh = f\left(Re, Sc, \frac{z}{d_h}\right) \qquad (15)$$

Der Rechnungsweg wird in den folgende Beispielen aufgezeigt.

Problematisch ist der Diffusionskoeffizient D der abzutrennenden Komponente in der Trägerflüssigkeit. Er kann bei der Umkehrosmose nach [RPP] abgeschätzt werden. Die Berechnung des Diffusionskoeffizienten wird mit zunehmender Teilchengrösse schwieriger.

Bei der Ultrafiltration und insbesondere bei der Querstrommikrofiltration ist der Diffusionskoeffizient als aus einigen Trennversuchen zu bestimmender Anpassungsparameter aufzufassen. Für Teilchengrössen bis ca. 1E-7 [m] kann der Diffusionskoeffizient mit der Boltzmannkonstante k_B und der Teilchengrösse d_p grob nach der Stokes-Einstein-Beziehung abgeschätzt werden:

$$D = \frac{k_B \cdot T}{3 \cdot \pi \cdot \eta_L \cdot d_p} \qquad (16)$$

Bei grösseren Teilchen sind wandschubspannungsabhängige Ansätze sinnvoller. Näheres dazu findet man zum Beispiel bei [RS] und [ZC].

Der Permeatfluss J_P kann für die Ultrafiltration und die Querstrommikrofiltration direkt aus der Gl.(5') bestimmt werden: Beispiel 1. Im Falle der Umkehrosmose und der Nanofiltration muss gemäss dem Beispiel 2 iterativ vorgegangen werden. Dazu ist die Konzentrationsüberhöhung nach der Gl.(13) zunächst anzunehmen und iterativ zu verbessern. Näheres dazu finden Sie im Beispiel 2.

c) Zusammensetzungsänderung längs des Moduls

Längs einem Modul wird das Konzentrat mit der abzutrennenden Komponente angereichert, und es sammelt sich Permeat an. Da der Konzentratvolumenstrom Vst dabei abnimmt, kann die Zusammensetzungsänderung längs der Membran nur abschnittweise berechnet werden.

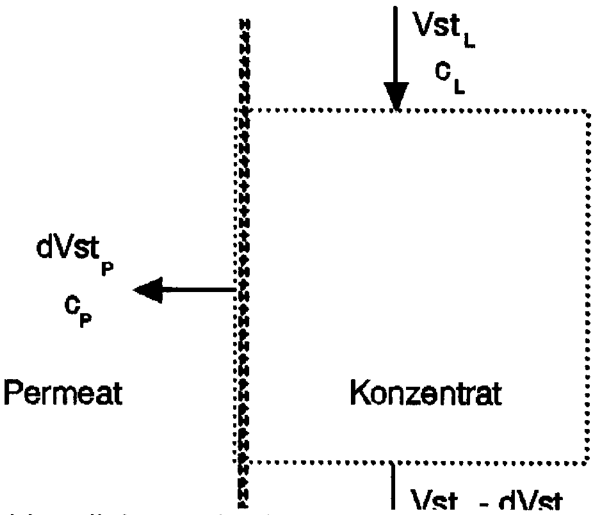


***Bild 3**: Zur Massenstrombilanz an einem Modulabschnitt*

Für das im **Bild 3** eingezeichnete Bilanzgebiet gilt im stationären Betrieb unter der für einen genügend kurzen Abschnitt hinreichend erfüllten Annahme ▼ $c_L - dc_L$

$$Vst_{Le} = Vst_{La} = Vst_L \qquad (17)$$

die folgende Massenstrombilanz für die abzutrennende Komponente:

$$Vst_L \cdot c_L = \left(Vst_L - J_P \cdot b \cdot dz\right) \cdot \left(c_L + dc_L\right) + c_P \cdot J_P \cdot b \cdot dz \qquad (18)$$

Daraus folgt durch Vereinfachen und Weglassen von Produkten infinitesimaler Grössen:

$$0 = \left(Vst_L \cdot dc_L - J_P \cdot b \cdot dz \cdot c_L\right) + c_P \cdot J_P \cdot b \cdot dz \qquad (19')$$

Konzentrationen c_p aus Gl. (2') und c_LM aus Gl.(12) einsetzen:

$$Vst_L \cdot dc_L = J_P \cdot b \cdot dz \cdot c_L - (1 - Rv) \cdot \gamma \cdot c_L \cdot J_P \cdot b \cdot dz \qquad (19'')$$

Durch Vereinfachen, Trennen der Variablen und Integrieren

$$\int_{c_{Le}}^{c_{La}} \frac{1}{c_L}\, dc_L = \frac{J_P}{Vst_L} \cdot \frac{(1 - \gamma + \gamma \cdot Rv)}{Vst_L} \cdot b \cdot \int_0^{\Delta z} 1\, dz \qquad (20)$$

erhalten wir für die Austrittskonzentration c_La des Konzentrats aus dem Berechnungsabschnitt der Länge delta_z:

$$c_{La} = c_{Le} \cdot \exp\left[\frac{J_P \cdot b \cdot \Delta z}{Vst_L} \cdot (1 + \gamma \cdot (Rv - 1))\right] \qquad (21)$$

Der Volumenstrom des Konzentrats wird nach dem Berechnungsabschnitt reduziert auf:

$$Vst_{La} = Vst_{Le} - J_P \cdot b \cdot z \qquad (22)$$

Entsprechend erhöht sich der Volumenstrom des Permeats auf:

$$Vst_{Pa} = Vst_{Pe} + J_P \cdot b \cdot z \qquad (23)$$

Schliesslich finden wir für die Austrittskonzentration des Permeats aus einer permeatseitigen Gesamtmassenstrombilanz für die abzuscheidende Komponente:

$$Vst_{Pe} \cdot c_{Pe} + J_P \cdot b \cdot z \cdot c_P = Vst_{Pa} \cdot c_{Pa} \qquad (24)$$

zu:

$$c_{Pa} = \frac{\left(Vst_{Pe} \cdot c_{Pe} + J_P \cdot b \cdot z \cdot c_P\right)}{Vst_{Pa}} \qquad (25)$$

d) Weiterrechnung für die folgenden Berechnungsabschnitte

Für die folgenden Berechnungsabschnitte ist jeweils mit den Austrittswerten aus dem Vor-Abschnitt als Eingangsgrössen weiterzurechnen. Insbesondere ist der Stoffübergangskoeffizient infolge der veränderten Geschwindigkeit und der veränderten dimensionslosen Anlaufänge (z / d_hydraulisch) neu zu berechnen. Falls die osmotische Druckdifferenz zu berücksichtigen ist, muss auch diese neu bestimmt werden.

Erheblich ändern kann aber auch die Gesamtdruckdifferenz infolge des Druckabfalls längs der Membran. Der Druckverlust wird im Programm für glatte oder rauhe Oberflächen nach [WA], S. Lb1 für ausgebildete Strömung abschnittweise gerechnet. Den veränderten Stoffwerten auf der Konzentratseite wäre ebenfalls Rechnung zu tragen. In dieser Programmversion wird dies noch nicht berücksichtigt. Für die Stoffwerte auf der Konzentratseite sind deshalb sinnvolle Mittelwerte einzugeben.

Als gute Kennzeichnung für die Güte der Trennung wird am Schluss die **Selektivität** (effektiver Rückhalt) des Moduls aus der Austrittskonzentration des Permeats und der Eintrittskonzentration des Konzentrats berechnet:

$$\Phi = 1 - \frac{c_{Pa}}{c_{Le}} \tag{26}$$

e) Maximaler Permeatfluss

Über der Membranoberfläche kann sich i.allg. keine beliebig hohe Konzentration c_LM einstellen. Dieser Wert ist z.B. bei der Umkehrosmose von Salzlösungen durch die Sättigungskonzentration oder bei der Ultrafiltration durch die Gelschichtbildungskonzentration begrenzt. Deshalb wird im Programm eine maximale Konzentration der Lösung c_Lmax eingegeben. Daraus lässt sich aus den Gln. (8''') und (9) der maximale Permeatfluss herleiten:

$$J_{Pmax} = \beta \cdot \ln\left[\frac{\left(c_{LMax} - c_P\right)}{\left(c_L - c_P\right)}\right] \tag{27}$$

Falls beim Durchströmen des Moduls dieser maximale Permeatfluss nach den oben gezeigten Üblerlegungen erreicht wird, ist eine Weiterrechnung wegen der dann massiven Deckschichtbildung sinnlos. Im Programm wird die Rechnung abgebrochen und eine entsprechende Meldung ausgegeben.

f) Berechnungsgleichungen für Stoffübergang und Druckverlust

Nachfolgend werden die dem VDI-Wärmeatlas entnommenen Berechnungsgleichungen für den Stofftransport zusammengestellt. Für Erläuterungen dazu sei auf [WA] verwiesen. Der Stoffübergang wird aus der (hier nur näherungsweise erfüllt) Analogie zwischen Wärme- und Stofftransport ([W+S], Kapitel 1) berechnet.

Reynoldszahl $$Re = \frac{w \cdot \rho \cdot d}{\eta}$$ (28)

Schmidtzahl $$Sc = \frac{\eta}{\rho \cdot D}$$ (29)

fa) Rohrmodul

Sherwoodzahl bei laminarer Strömung (Re <= 2300) nach *Martin*:

$$Sh_1 = 0.366$$ [WA] S. Gb1,Gl.(4)

$$Sh_2 = 1.615 \cdot \left(Re \cdot Sc \cdot \frac{d}{z}\right)^{\frac{1}{3}}$$ [WA] S. Gb2,Gl.(5)

$$Sh_3 = \left(\frac{2}{1 + 22 \cdot Sc}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{Re \cdot Pr \cdot \frac{d}{z}}$$ [WA] S. Gb2,Gl.(11)

$$Sh = \left[Sh_1^{\,3} + 0.7^3 + (Sh_2 - 0.7)^3 + Sh_3^{\,3}\right]^{\frac{1}{3}}$$ [WA] S. Gb2,Gl.(12)

Sherwoodzahl im Übergangsbereich und bei turbulenter Strömung (Re > 2300) nach *Gnielinski*:

$$\xi = (1.82 \cdot \log(Re) - 1.64)^{-2}$$ [WA], S.Gb7, Gl. (25)

$$Sh = \frac{\left(\frac{\xi}{8}\right) \cdot (Re - 1000) \cdot Sc}{1 + 12.7 \cdot \sqrt{\frac{\xi}{8}} \cdot \left(Sc^{\frac{2}{3}} - 1\right)} \cdot \left[1 + \left(\frac{d_R}{z}\right)^{\frac{2}{3}}\right]$$ [WA], S.Gb7, Gl. (24)

Druckverlust auf der Konzentratseite:

$$\Delta p = c_f \rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{z}{d}$$ (30)

mit dem Widerstandsbeiwert für laminare Strömung $$c_f = \frac{64}{Re}$$ (31)

und für turbulente Strömung (Colebrook) $$c_f = \frac{1}{\left[2 \cdot \log\left[\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{c_f}} + \frac{0.27}{\left(\frac{d}{k}\right)}\right]\right]^2}$$ (32)

Druckverlust auf der Permeatseite vernachlässigt.

fb) Wickelmodul

hydraulischer Durchmesser: $d_h = 2 \cdot s_W$

Innendurchmesser Ringspalt: $d_i = d - 2 \cdot s_W$

Sherwoodzahl bei laminarer Strömung (Re <= 2300) nach *Martin*:

$$Sh_1 = 3.66 + \left[4 - \frac{0.102}{\left(\frac{d_i}{d}\right) + 0.02}\right] \cdot \left(\frac{d_i}{d}\right)^{0.04}$$ [WA], S.Gd.2, Gl.(4)

$$f_{gb} = 1.615 \cdot \left[1 + 0.14 \cdot \left(\frac{d_i}{d}\right)^{0.1}\right]$$ [WA], S.Gd.2, Gl.(8)

$$Sh_2 = f_{gb} \cdot \left(Re \cdot Sc \cdot \frac{d_h}{z}\right)^{\frac{1}{3}}$$ [WA], S.Gd.2, Gl.(5)

$$Sh_3 = \left(\frac{2}{1 + 22 \cdot Sc}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{Re \cdot Sc \cdot \frac{d_h}{z}}$$ [WA], S.Gd.2, Gl.(9)

$$Sh = \left(Sh_1^{\,3} + Sh_2^{\,3} + Sh_3^{\,3}\right)^{\frac{1}{3}}$$ [WA], S.Gd.2, Gl.(12)

Sherwoodzahl im Übergangsbereich und bei turbulenter Strömung (Re > 2300)

Hier ist die Sherwoodzahl zunächst wie für innen durchströmte Rohre mit dem hydraulischen Durchmesser zu berechnen. Anschliessend ist die Sherwoodzahl nach [WA],S.Gd.3, Gl.(16) zu korrigieren:

$$Sh = \frac{0.86 \cdot \left(\frac{d_i}{d}\right)^{0.84} + \left[1 - 0.14 \cdot \left(\frac{d_i}{d}\right)^{0.6}\right]}{1 + \frac{d_i}{d}} \cdot Sh_{Rohr\_dh}$$

Druckverlust mit dem hydraulischen Durchmesser aus den Gln. (30) bis (32)

.

Stoffübergangskoeffizient: $$\beta = \frac{Sh \cdot D}{d}$$ (33)

Symbolverzeichnis

A	aktive Membranoberfläche	m^2
b	Breite der Membran (Umfang bei Rohrmodul)	m
c_f	Widerstandsbeiwert	
c	Konzentration der abzutrennenden Komponente	$kg \cdot m^{-3}$
c_{Lmax}	maximale Konzentration der Lösung	$kg \cdot m^{-3}$
c_{LM}	Konzentration über der Membranoberfläche	$kg \cdot m^{-3}$
d_R	Innendurchmesser des Rohrmoduls	m
d_h	hydraulischer Durchmesser	m
D	Diffusionskoeffizient der abzutrennenden Komponente im Konzentrat (Mittelwert)	$m^2 \cdot s^{-1}$
f_M	Membranwiderstand (Filtermittelwiderstand)	m^{-1}
J_P	Permeatfluss (Volumenstromdichte)	$m \cdot s^{-1}$
k	Rauhigkeit der Membranoberfläche	m
mst_D	Massenstromdichte des Rücktransportstroms	$kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$
M_m	Molmasse der gelösten Komponente	$kg \cdot kmol^{-1}$
n_R	Anzahl paralleler Rohre	
Δp	Gesamtdruckdifferenz	Pa
Δp_e	Gesamtdruckdifferenz am Eintritt	Pa
Δp_o	osmotische Druckdifferenz über der Membran	Pa
Δp_B	Druckverlust im Berechnungsabschnitt	Pa
Δp_M	hydrostatische Druckdifferenz über der Membran	Pa
R_u	universelle Gaskonstante	$J \cdot kmol^{-1} \cdot K^{-1}$
Re	Reynoldszahl	
Rv	Rückhaltevermögen	
s	Spaltbreite	m
Sc	Schmidtzahl	
Sh	Sherwoodzahl	
T	Temperatur	K

Vst	Volumenstrom	$m^3 \cdot s^{-1}$
w	Geschwindigkeit parallel zur Membran	$m \cdot s^{-1}$
z	Länge des Moduls	m
α	Dissoziationsgrad	
β	Stoffübergangskoeffizient	$m \cdot s^{-1}$
γ	Konzentrationsüberhöhung	
ρ	Dichte	$kg \cdot m^{-3}$
η	dynamische Viskosität	$Pa \cdot s$
Φ	Selektivität des Moduls	

Indizes

a	Austritt	e	Eintritt
L	Konzentratseite (Lösungsseite)	P	Permeatseite

Literaturverzeichnis

[MVT] Zogg, M.: Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik, 3.Auflage, B.G.Teubner, Stuttgart 1993.

[RS] Rautenbach, R., Schock, G.: Chem.-Ing.Techn. 59(1987)3, S.242/243

[RPP] Reid, R.C., Prausnitz, J.M., Poling, B.E.: The Properties of Gases and Liquids. 4.Aufl., Mc Graw-Hill New York, London, Düu.a.O. 1989.

[W+S] Zogg,M.: Wärme- und Stofftransportprozesse, Salle/Sauerländer, Frankfurt, Berlin, München / Aarau, Frankfurt, Salzburg, 1983.

[WA] VDI-Wärmeatlas, 6.Auflage, VDI-Verlag, Düsseldorf 1991.

[ZC] Zydney, A.L., Colton, C.K.: Chem.Eng.Commun. 47(1986),S.1/21.

Beispiel 1: Berechungsabschnitt für die Ultrafiltration/Mikrofiltration in einem Rohrmodul

Ausgangsdaten

Universelle Gaskonstante $R_u := 8314 \cdot \frac{J}{kmol \cdot K}$

Temperatur $T := 298 \cdot K$

Membraneigenschaften

Membranwiderstand (Filtermittelwiderstand) $f_M := 1.06 \cdot 10^{13} \cdot \frac{1}{m}$

Rückhaltevermögen $Rv := 0.99$

Rauhigkeit der Membranoberfläche $k := 0.0001 \cdot m$

Moduleigenschaften (Rohrmodul)

Länge des Moduls $z := 2.75 \cdot m$

Innendurchmesser des Rohrmoduls $d_R := 0.0115 \cdot m$

Anzahl parallele Rohre $n_R := 4$

Stoffwerte

dynamische Viskosität Permeat $\eta_P := 0.0008894 \cdot Pa \cdot s$

Dichte Flüssigkeit Konzentratseite (Mittelwert) $\rho_L := 997.3 \cdot \frac{kg}{m^3}$

dynamische Viskosität Konzentrat (Mittelwert) $\eta_L := 0.0008894 \cdot Pa \cdot s$

Diffusionskoeffizient der abzutrennenden Komponente im Konzentrat (Mittelwert) $D := 5 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m^2}{s}$

Maximale Konzentration der abzutrennenden Komponente im Konzentrat (Bildung einer Gelschicht) $c_{Lmax} := 70 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Betriebsparameter

Eintrittskonzentration der abzutrennenden Komponente im Konzentrat $c_{Le} := 16.5 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Gesamtdruckdifferenz am Eintritt $\Delta p_e := 1.5 \cdot 10^5 \cdot Pa$

Eintrittsvolumenstrom Konzentratseite $Vst_{Le} := 1.25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{m^3}{s}$

Eintrittskonzentration Permeatseite $c_{Pe} := 0 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Eintrittsvolumenstrom Permeatseite $Vst_{Pe} := 0 \cdot \frac{m^3}{s}$

Berechnungsgang (für einen Abschnitt)

a) Permeatvolumenstrom

Annahme: osmotische Druckdifferenz vernachlässigbar $\Delta p_o := 0 \cdot Pa$

hydrostatische Druckdifferenz über der Membran aus (4) $\Delta p_M := \Delta p_e - \Delta p_o$ $\Delta p_M = 1.5\cdot10^5 \cdot \mathrm{Pa}$

Permeatfluss aus (5) $J_P := \dfrac{\Delta p_M}{f_M \cdot \eta_P}$ $J_P = 1.591\cdot10^{-5} \cdot \dfrac{m}{s}$

b) Stofftransport

Geschwindigkeit im Rohr $w := \dfrac{Vst_{Le}}{n_R \cdot \left(\dfrac{\pi}{4}\cdot d_R^{\,2}\right)}$ $w = 3.009 \cdot \dfrac{m}{s}$

Reynoldszahl $Re := \dfrac{w \cdot \rho_L \cdot d_R}{\eta_L}$ $Re = 3.88\cdot10^4$

Schmidtzahl $Sc := \dfrac{\eta_L}{\rho_L \cdot D}$ $Sc = 1.784\cdot10^4$

Turbulente Strömung: Gleichung von *Gnielinski*: Re > 2300..10E6, z/d > 1

Hilfsgrösse [WA], S.Gb7, Gl. (25) $\xi := (1.82\cdot\log(Re) - 1.64)^{-2}$ $\xi = 0.022$

Sherwoodzahl [WA], S.Gb7, Gl. (24)

$$Sh := \frac{\left(\frac{\xi}{8}\right)\cdot(Re - 1000)\cdot Sc}{1 + 12.7\cdot\sqrt{\frac{\xi}{8}}\cdot\left(Sc^{\frac{2}{3}} - 1\right)}\cdot\left[1 + \left(\frac{d_R}{z}\right)^{\frac{2}{3}}\right]$$

$Sh = 4.199\cdot10^3$

Stoffübergangskoeffizient $\beta := \dfrac{Sh \cdot D}{d_R}$ $\beta = 1.826\cdot10^{-5} \cdot \dfrac{m}{s}$

Konzentration über der Membranoberfläche aus (12)

$$c_{LM} := c_{Le}\cdot\frac{1}{\dfrac{Rv}{\exp\left(\dfrac{J_P}{\beta}\right)} + (1 - Rv)}$$

$c_{LM} = 38.9 \cdot \dfrac{kg}{m^3}$

Konzentrationsüberhöhung aus (13) $\gamma := \dfrac{c_{LM}}{c_{Le}}$ $\gamma = 2.358$

Permeatkonzentration aus (2') $c_P := (1 - Rv)\cdot c_{LM}$ $c_P = 0.389 \cdot \dfrac{kg}{m^3}$

c) Zusammensetzungsänderung im Berechnungsabschnitt

Austrittskonzentration c_La des Konzentrats aus dem Berechnungsabschnitt nach (21)

$$c_{La} := c_{Le}\cdot\exp\left[\frac{J_P\cdot\left(\pi\cdot d_R\cdot z\cdot n_R\right)}{Vst_{Le}}\cdot(1 - \gamma + \gamma\cdot Rv)\right]$$

$c_{La} = 16.582 \cdot \dfrac{kg}{m^3}$

Volumenstrom des Konzentrats nach dem Berechnungsabschnitt aus (22)

$$Vst_{La} := Vst_{Le} - J_P \cdot \pi \cdot d_R \cdot z \cdot n_R \qquad Vst_{La} = 0.001244 \cdot \frac{m^3}{s}$$

Volumenstrom des Permeats nach dem Berechnungsabschnitt aus (23)

$$Vst_{Pa} := Vst_{Pe} + J_P \cdot \pi \cdot d_R \cdot z \cdot n_R \qquad Vst_{Pa} = 6.323 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{m^3}{s}$$

Austrittskonzentration des Permeats nach dem Berechnungsabschnitt aus (25)

$$c_{Pa} := \frac{\left(Vst_{Pe} \cdot c_{Pe} + J_P \cdot \pi \cdot d_R \cdot z \cdot n_R \cdot c_P\right)}{Vst_{Pa}} \qquad c_{Pa} = 0.389 \cdot \frac{kg}{m^3}$$

d) Druckverlust im Berechnungsabschnitt, Selektivität, Deckschichtbildung

Re > 2300: turbulente Rohrströmung
(Im Programm ist selbstverständlich auch die laminare Strömung enthalten.)

Widerstandsbeiwert

1. Näherung für glatte Rohre nach Blasius

$$c_f := \frac{0.3164}{Re^{0.25}} \qquad c_f = 0.0225$$

für rauhe Rohre iterativ nach Colebrook

Ergebnis letzte Durchrechnung $c_f := 0.03799$

$$c_f := \frac{1}{\left[2 \cdot \log\left[\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{c_f}} + \frac{0.27}{\left(\frac{d_R}{k}\right)}\right]\right]^2} \qquad c_f = 0.03779$$

Druckverlust im Berechnungsabschnitt

$$\Delta p_B := c_f \cdot \rho_L \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{z}{d_R} \qquad \Delta p_B = 4.08 \cdot 10^4 \cdot Pa$$

neuer Gesamtdruck für nächsten Berechnungsabschnitt

$$\Delta p := \Delta p_e - \Delta p_B \qquad \Delta p = 1.092 \cdot 10^5 \cdot Pa$$

Selektivität des Moduls im Berechnungsabschnitt aus (26)

$$\Phi := 1 - \frac{c_{Pa}}{c_{Le}} \qquad \Phi = 0.976$$

maximaler Permeatfluss an der Grenze zur Deckschichtbildung (Gelschicht) aus (27)

$$J_{Pmax} := \beta \cdot \frac{c_{Lmax} - c_P}{c_{Le} - c_P} \qquad J_{Pmax} = 7.89 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{m}{s}$$

$$\frac{J_P}{J_{Pmax}} = 0.202$$

Beispiel 2: Berechungsabschnitt für die Umkehrosmose in einem Wickelmodul

Ausgangsdaten

Universelle Gaskonstante $R_u := 8314 \cdot \frac{J}{kmol \cdot K}$

Temperatur $T := 298 \cdot K$

Membraneigenschaften

Membranwiderstand (Filtermittelwiderstand) $f_M := 1.6 \cdot 10^{14} \cdot \frac{1}{m}$

Rückhaltevermögen $Rv := 0.97$

Moduleigenschaften (Wickelmodul)

Spaltbreite (aufgerollt) $b_W := 1.8 \cdot m$

Spalthöhe $s_W := 0.0004 \cdot m$

Länge des Moduls $z := 0.65 \cdot m$

--> daraus gesamte Membranoberfläche $A := 2 \cdot b_W \cdot z$ $A = 2.34 \cdot m^2$

Mittlerer Durchmesser des Wickelmoduls
(Im Programm fest eingegeben, da Einfluss gering.) $d := 0.05 \cdot m$

Stoffwerte

dynamische Viskosität Permeat $\eta_P := 0.0008894 \cdot Pa \cdot s$

Molmasse der gelösten Komponente $M_m := 58.5 \cdot \frac{kg}{kmol}$

Dissoziationsgrad $\alpha := 2$

Dichte der Lösung (Mittelwert) $\rho_L := 997.3 \cdot \frac{kg}{m^3}$

dynamische Viskosität der Lösung (Mittelwert) $\eta_L := 0.0008894 \cdot Pa \cdot s$

Diffusionskoeffizient Gelöstes in Lösung (Mittelwert) $D := 1.5 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{m^2}{s}$

Maximale Konzentration der abzutrennenden Komponente im Konzentrat (Sättigung) $c_{Lmax} := 1500 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Betriebsparameter

Eintrittskonzentration der abzutrennenden Komponente $c_{Le} := 15 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Gesamtdruckdifferenz am Eintritt $\Delta p_e := 20 \cdot 10^5 \cdot Pa$

Eintrittsvolumenstrom Lösungsseite $Vst_{Le} := 2.183 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{m^3}{s}$

Eintrittsvolumenstrom Permeatseite $Vst_{Pe} := 0 \cdot \frac{m^3}{s}$

Eintrittskonzentration Permeatseite $c_{Pe} := 0 \cdot \frac{kg}{m^3}$

Berechnungsgang

a) Permeatvolumenstrom

Annahme für die Konzentrationsüberhöhung $\gamma := 1.1800$

(Die Rechnung ist ab hier iterativ.)

Konzentration über der Membranoberfläche aus (13) $c_{LM} := \gamma \cdot c_{Le}$ $c_{LM} = 17.7 \cdot \frac{kg}{m^3}$

osmotische Druckdifferenz über der Membran aus (3) $\Delta p_o := \frac{\alpha \cdot Rv \cdot R_u \cdot T}{M_m} \cdot c_{LM}$ $\Delta p_o = 1.4543 \cdot 10^6 \cdot Pa$

hydrostatische Druckdifferenz über der Membran aus (3) $\Delta p_M := \Delta p_e - \Delta p_o$ $\Delta p_M = 5.457 \cdot 10^5 \cdot Pa$

Permeatfluss aus (5) $J_P := \frac{\Delta p_M}{f_M \cdot \eta_P}$ $J_P = 3.835 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{m}{s}$

b) Stofftransport

Geschwindigkeit im Ringspalt $w := \frac{Vst_{Le}}{b_W \cdot s_W}$ $w = 0.3032 \cdot \frac{m}{s}$

hydraulischer Durchmesser $d_h := 2 \cdot s_W$ $d_h = 8 \cdot 10^{-4} \cdot m$

Reynoldszahl $Re := \frac{w \cdot \rho_L \cdot d_h}{\eta_L}$ $Re = 272$

Schmidtzahl $Sc := \frac{\eta_L}{\rho_L \cdot D}$ $Sc = 594.5$

Im Bereich Re <= 2300 gilt

(Im Programm ist selbstverständlich auch der Fall Re > 2300 enthalten.)

Innendurchmesser Ringspalt $d_i := d - 2 \cdot s_W$ $d_i = 0.0492 \cdot m$

[WA], S.Gd.2, Gl.(4)
$$Sh_1 := 3.66 + \left[4 - \frac{0.102}{\left(\frac{d_i}{d}\right) + 0.02}\right] \cdot \left(\frac{d_i}{d}\right)^{0.04} \qquad Sh_1 = 7.556$$

[WA], S.Gd.2, Gl.(8)
$$f_{gb} := 1.615 \cdot \left[1 + 0.14 \cdot \left(\frac{d_i}{d}\right)^{0.1}\right] \qquad f_{gb} = 1.8407$$

[WA], S.Gd.2, Gl.(5)
$$Sh_2 := f_{gb} \cdot \left(Re \cdot Sc \cdot \frac{d_h}{z}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad Sh_2 = 10.7471$$

[WA], S.Gd.2, Gl.(9)
$$Sh_3 := \left(\frac{2}{1 + 22 \cdot Sc}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{Re \cdot Sc \cdot \frac{d_h}{z}} \qquad Sh_3 = 3.2622$$

[WA], S.Gd.2, Gl.(12)
$$Sh := \left(Sh_1{}^3 + Sh_2{}^3 + Sh_3{}^3\right)^{\frac{1}{3}} \qquad Sh = 11.952$$

Stoffübergangskoeffizient $\beta := \dfrac{Sh \cdot D}{d_h}$ $\beta = 2.241 \cdot 10^{-5} \cdot \dfrac{m}{s}$

Konzentration über Membranoberfläche aus (12) $c_{LM} := \dfrac{c_{Le}}{\dfrac{Rv}{\exp\left(\dfrac{J_P}{\beta}\right)} + (1 - Rv)}$ $c_{LM} = 17.7 \cdot \dfrac{kg}{m^3}$

Konzentrationsüberhöhung aus (13) $\gamma := \dfrac{c_{LM}}{c_{Le}}$ $\gamma = 1.1800$

c) Zusammensetzungsänderung im Berechnungsabschnitt

Austrittskonzentration c_La des Konzentrats aus dem Berechnungsabschnitt nach (21)

$$c_{La} := c_{Le} \cdot \exp\left[\frac{J_P \cdot (2 \cdot b_W \cdot z)}{Vst_{Le}} \cdot (1 - \gamma + \gamma \cdot Rv)\right] \qquad c_{La} = 15.607 \cdot \frac{kg}{m^3}$$

Permeatkonzentration aus (2') $c_P := (1 - Rv) \cdot c_{LM}$ $c_P = 0.531 \cdot \dfrac{kg}{m^3}$

Volumenstrom des Konzentrats nach dem Berechnungsabschnitt aus (22) $Vst_{La} := Vst_{Le} - J_P \cdot 2 \cdot b_W \cdot z$ $Vst_{La} = 2.0933 \cdot 10^{-4} \cdot \dfrac{m^3}{s}$

Volumenstrom des Permeats nach dem Berechnungsabschnitt aus (23) $Vst_{Pa} := Vst_{Pe} + J_P \cdot 2 \cdot b_W \cdot z$ $Vst_{Pa} = 8.974 \cdot 10^{-6} \cdot \dfrac{m^3}{s}$

Austrittskonzentration des Permeats nach dem Berechnungsabschnitt aus (25) $c_{Pa} := \dfrac{(Vst_{Pe} \cdot c_{Pe} + J_P \cdot 2 \cdot b_W \cdot z \cdot c_P)}{Vst_{Pa}}$ $c_{Pa} = 0.531 \cdot \dfrac{kg}{m^3}$

d) Druckverlust im Berechnungsabschnitt, Selektivität

Re < 2300: laminare Strömung
(Im Programm ist selbstverständlich auch die turbulente Strömung enthalten.)

Widerstandsbeiwert $c_f := \dfrac{64}{Re}$ $c_f = 0.2353$

Druckverlust im Berechnungsabschnitt $\Delta p_B := c_f \rho_L \cdot \dfrac{w^2}{2} \cdot \dfrac{z}{d_h}$ $\Delta p_B = 8.764 \cdot 10^3 \cdot Pa$

neuer Gesamtdruck für nächsten Berechnungsabschnitt $\Delta p := \Delta p_e - \Delta p_B$ $\Delta p = 1.991 \cdot 10^6 \cdot Pa$

Selektivität des Moduls im Berechnungsabschnitt aus (26) $\Phi := 1 - \dfrac{c_{Pa}}{c_{Le}}$ $\Phi = 0.9646$

maximaler Permeatfluss an der Löslichkeitsgrenze aus (28) $J_{Pmax} := \beta \cdot \ln\left(\dfrac{c_{Lmax} - c_P}{c_{Le} - c_P}\right)$ $J_{Pmax} = 1.04 \cdot 10^{-4} \cdot \dfrac{m}{s}$

$$\frac{J_P}{J_{Pmax}} = 0.0369$$

Zyklon: Staubabscheiden im Zyklonabscheider

Für Zyklonabscheider (Aerozyklone) werden im Programm Zyklon für Aerozyklone die folgenden Grössen

- Abmessungen des Zyklons
- Druckverlust im Zyklon
- Abscheidungsgrad im Zyklon

nach den Berechungsgleichungen von Muschelknautz/Trefz im Wärmeatlas [WA] und der Theorie von Mothes-Löffler [Mo] (ausführliche Darstellung in [Lo]) berechnet. Die damit möglichen Berechnungsvarianten werden in den **Tabellen 1 und 2** dargestellt.

Tabelle 1: *Berechnungsmöglichkeiten für verschiedene Eintrittsteilchengrössenverteilungen*

Teilchengrössenverteilung am Eintritt ([MVT],Kap.1)	**RRSB**	**GGS**	**N**	**LN**
kleine Staubbeladung				
Druckverlust	[WA]	[WA]	[WA]	[WA]
Abscheidungsgrad	[WA][Mo]	[Mo]	[Mo]	[Mo]
grosse Staubbeladung				
Druckverlust	[WA]			
Abscheidungsgrad	[WA]			

Tabelle 2: *Mögliche Berechnungen für verschiedene Einlaufgeometrien*

	Schlitzeinlauf	**Spiraleinlauf**	**Axialeinlauf**
Druckverlust	[WA]	[WA]	[WA]
Abscheidungsgrad	[WA*][Mo]	[WA**]	[WA*]

* *jeweils nur für je ein festes Zyklongeometrieverhältnis*

** *Nur als grobe Näherung, da in [WA] für Spiraleinlauf keine gemessenen Abscheidegradkurven angegeben werden.*

Die drei Einlaufgeometrien werden in den **Bildern 1 bis 3** gezeigt. Die für den ganzen Zyklon gültigen Bezeichnungen können dem Bild 1 entnommen werden.

1. Berechnung nach Muschelknautz/Trefz [WA]

Die Rechnung folgt den im VDI-Wärmeatlas zusammengestellten Berechnungsgrundlagen. Sie wird anschliessend für je ein Beispiel mit Tangentialeinlauf, Spiraleinlauf und Axialeinlauf gezeigt (**Beispiele 1 bis 3**). Um mit der im Lehrbuch [MVT] angegebenen, einfachen Näherungsmethode vergleichen zu können, entsprechen die Ausgangsdaten der Beispiele in diesem Handbuch dem Beispiel 4.9 aus [MVT]. Diese Daten erscheinen auch im Programm als Vorgabewerte.

Da der Wärmeatlas [WA] jedermann zugänglich ist, kann hier auf eine Zusammenstellung der Berechnungsgrundlagen verzichtet werden. Ergänzungen sind nur für den Wandreibungsbeiwert reiner Gase und den Abscheidungsgrad nötig.

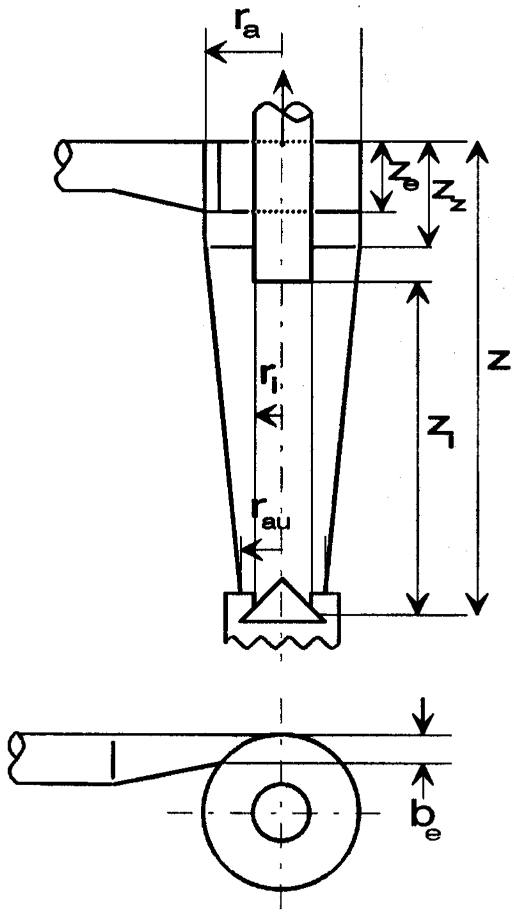


***Bild 1**: Zyklon mit tangentialem Schlitzeinlauf.*

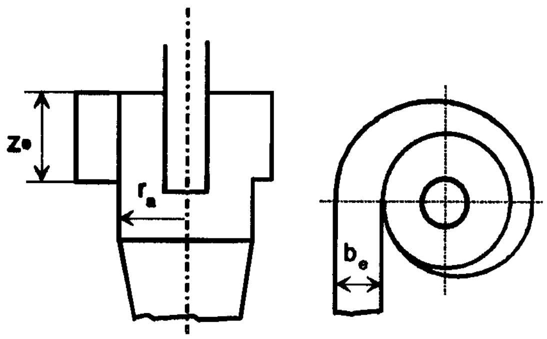


***Bild 2**: Spiraleinlauf (mögliche Berechnungsvarianten: Vollspirale wie im Bild und Halbspirale)*

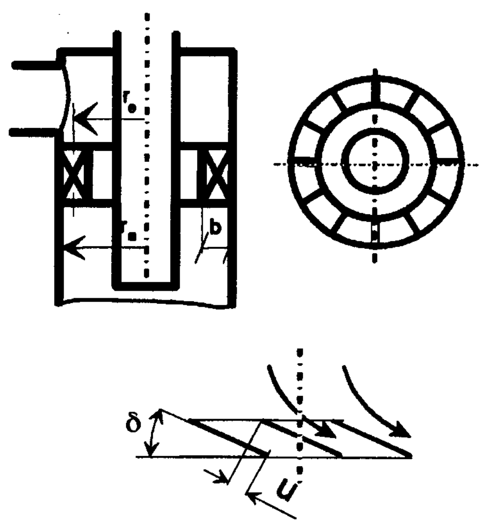


***Bild 3**: Axialeinlauf (mögliche Berechnungsvarianten: gerade Schaufeln, gekrümmte Schaufeln, verwundene Schaufeln)*

Die im [WA], Bild 4 gezeigten Abhängigkeiten des Wandreibungsbeiwerts reiner Gase von der Reynoldszahl des Zyklons werden nach den folgenden Näherungsgleichungen erfasst:

Konischer Mantel:

laminarer Bereich: $$c_{wo} = \frac{2.15}{Re} \qquad (1)$$

a) hydraulisch glatt (k_s/r_a) <= 6.00E-4

Übergangsbereich (151 <= Re <= 1458):

$$c_{wo} = \exp\left(2.917 - 2.063\cdot\ln(Re) + 0.1264\cdot\ln(Re)^2\right) \qquad (2a)$$

turbulent (Re > 1458): $$c_{wo} = 0.0045 \qquad (3a)$$

b) k_s/r_a = 1.00E-3:

Übergangsbereich (182<= Re <= 6740):

$$c_{wo} = \exp\left[(6.997 - 4.722\cdot\ln(Re)) + 0.6198\cdot\ln(Re)^2 - 0.02588\cdot\ln(Re)^3\right] \qquad (2b)$$

turbulent (Re > 6740): $$c_{wo} = 0.0151 \qquad (3b)$$

c) k_s/r_a = 6.00E-3:

Übergangsbereich (114<= Re <= 5110):

$$c_{wo} = \exp\left(6.078 - 4.630\cdot\ln(Re) + 0.6770\cdot\ln(Re)^2 - 0.03110\cdot\ln(Re)^3\right) \qquad (2c)$$

turbulent (Re > 5110): $$c_{wo} = 0.0315 \qquad (3c)$$

Zylindrischer Mantel

laminarer Bereich $$c_{wo} = \frac{1.60}{Re} \qquad (4)$$

a) hydraulisch glatt (k_s/r_a) <= 6.00E-4

Übergangsbereich (103 <= Re <= 1250):

$$c_{wo} = \exp\left(2.241 - 1.985\cdot\ln(Re) + 0.1301\cdot\ln(Re)^2\right) \qquad (5a)$$

turbulent (Re > 1250): $$c_{wo} = 0.005 \qquad (6a)$$

b) k_s/r_a = 1.00E-3:

Übergangsbereich (90<= Re <= 3924):

$$c_{wo} = \exp\left[(11.23 - 6.670\cdot\ln(Re)) + 0.9135\cdot\ln(Re)^2 - 0.04061\cdot\ln(Re)^3\right] \qquad (5b)$$

turbulent (Re >3924): $$c_{wo} = 0.0120 \qquad (6b)$$

c) k_s/r_a = 6.00E-3:

Übergangsbereich (60<= Re <= 1877):

$$c_{WO} = \exp\left[(7.392 - 5.378 \cdot \ln(Re)) + 0.8193 \cdot \ln(Re)^2 - 0.03975 \cdot \ln(Re)^3\right] \quad (5c)$$

turbulent (Re > 1877): $c_{WO} = 0.0268$ (6c)

Für andere relative Rauhigkeiten k_s/r_a wird linear interpoliert. Werte von k_s/r_a über 6.00E-3 werden dabei auf diesen Grenzwert reduziert.

Die Berechnung des Abscheidungsgrads erfolgt hier nach gemessenen Fraktionsabscheidegradkurven für tangentialen Schlitzeinlauf und für Axialeinlauf. Die im [WA], S.Lj6, Bild 8 gezeigten Kurven gelten streng nur für die nachstehenden Zyklontypen (**Tabelle 3**):

***Tabelle 3**: Parameter F zur Berechnung der Abscheidegradkurven aus der Gl.(7)*

	a) Einlauf axial	**b) Einlauf tangential (modernere Bauweise)**	**c) Einlauf tangential (ältere Bauweise)**
z / r_i	15.0	13.0	10.0
z_i / r_i	10.0	10.0	7.5
r_a / r_i	2.00	3.0	4.0
A_e / A_i	2.70	0.90	0.44
b / r_a	0.40	0.27	0.19
Parameter F der Gl.(7)	9	4	3.4

Die im [WA], Gl.(34) angegebene Näherungsformel für den Fraktionsabscheidegrad

$$\eta_A = 0.5 \cdot \left[1 + \cos\left[\pi \cdot \left(1 - \frac{\ln\left(\frac{d_p}{d_T}\right) + \ln(F)}{2 \cdot \ln(F)}\right)\right]\right] \quad (7)$$

vermag den Verlauf der im [WA], S.Lj6, Bild 8 wiedergegebenen Abhängigkeiten leider nur schlecht darzustellen (für d_p/d_T = 1 liefert sie unabhängig von der Anpassungsgrösse F den Wert 0.5): **Bild 4**.

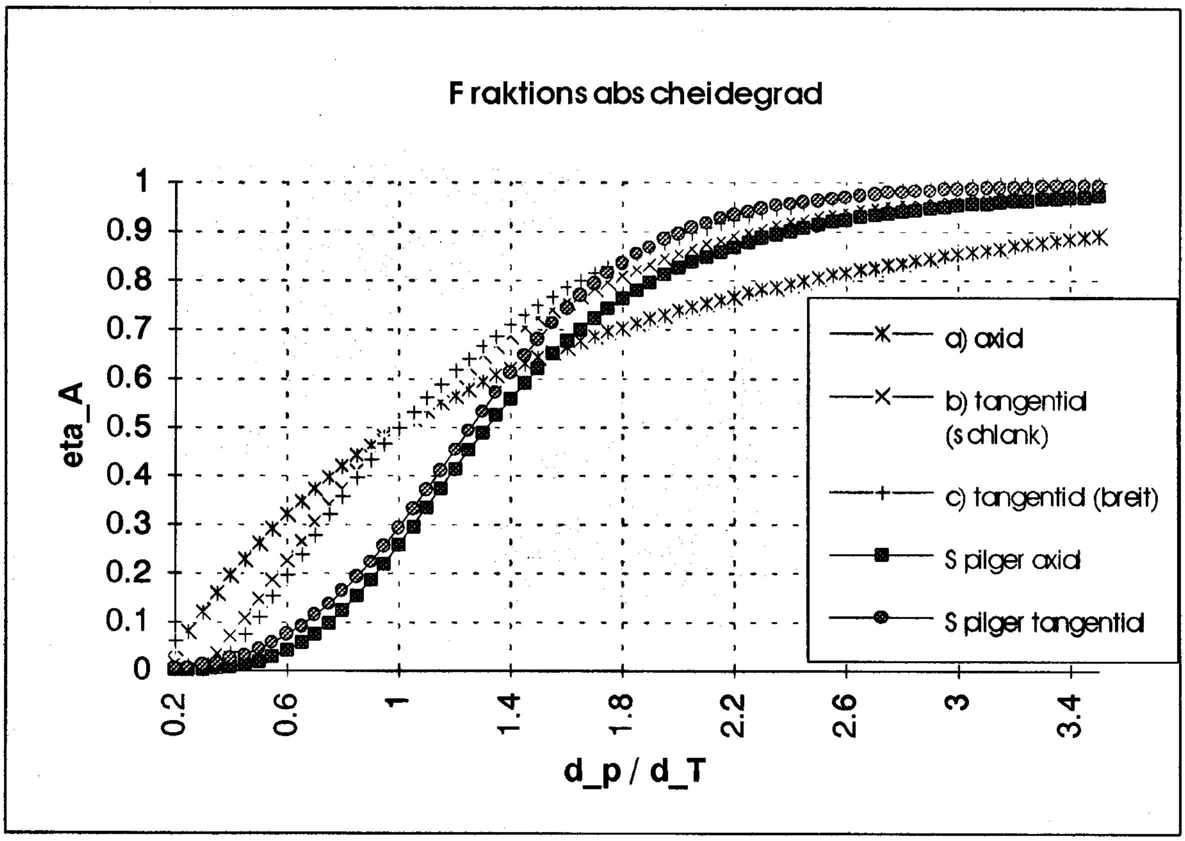


Bild 4: Fraktionsabscheidegrade nach [WA], Gl. (7) mit den Parametern F aus der Tabelle 3 und nach *Spilger*, Gln. (8) und (9)

Insbesondere bei tangentialem Schlitzeinlauf ergeben die Näherungen von *Spilger* (zitiert in [Lo], S.62/63) eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den gemessenen Verläufen:

tangentialer Einlauf

$$\eta_A = \left[1 + \frac{9.14}{\left(\frac{d_p}{d_T}\right)^{5.3}} \right]^{-0.53} \qquad (8)$$

axialer Einlauf

$$\eta_A = \left[1 + \frac{2}{\left(\frac{d_p}{d_T}\right)^{3.564}} \right]^{-1.235} \qquad (9)$$

Im Programm werden die Gesamtabscheidungsgrade sowohl mit der Gl.(7) wie auch mit den Gln. (8) und (9) berechnet.

2. Berechnung nach Mothes-Löffler [Mo]

Bei dieser Methode nach dem "Partikeldiffusionsmodell" wird der Fraktionsabscheidungsgrad aufgrund einer Aufteilung des Zyklons in vier Abscheidungszonen und einer detaillierten Erfassung der Strömungsvorgänge für die einzelnen Teilchengrössen berechnet. Der Aufwand ist allerdings beträchtlich, wie aus dem **Beispiel 4** hervorgeht.

Die erwähnte Methode ist **nur für kleine Feststoffbeladungen** sinnvoll und benötigt einen **"Partikel-Diffusionskoeffizenten" als Anpassungsgrösse**. Mit einem Wert von 0.0125 m2/s ergibt sich die beste Übereinstimmung mit gemessenen Abscheidungsgradkurven. Eine ausführliche Darstellung dieses Berechnungsmodells findet man im Buch [Lo], S.64/98.

In [Lo], S.66 wird nur der Wandreibungsbeiwert für glatte Zyklonwände bei vernachlässigbarem Beladungseinfluss angegeben (c_w = 0.0065..0.0075). Vergleichsrechnungen zeigen, dass man durch Einsetzen von

$$c_w = 0.0075 \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e}\right) \qquad (10)$$

nach [WA] bessere Ergebnisse erzielt. Auf eine Berücksichtigung der Wandrauhigkeit nach den Gln.(5) und (6) wird hier verzichtet, da entsprechende Vergleiche in [Lo] und [Mo] fehlen. Die Berechnung nach Mothes/Löffler kann somit **nur für hydraulisch glatte Zyklone** durchgeführt werden.

Zur Berechnung des Gesamtabscheidungsgrads eta_AG_Mo nach dem Partikeldiffusionsmodell nur für kleine Feststoffbeladungen wird der Teilchengrössenbereich in 1000 Teilchengrössenklassen unterteilt. Die pro Teilchengrössenklasse eintretenden Massen werden nach [MVT],Gl. (4.129) bestimmt. Die relativen Häufigkeiten am Eintritt werden dabei für die RRSB-Verteilung nach [MVT], Gl.(1.28), für die N-Verteilung [MVT], Gl.(1.16), für die LN-Verteilung nach [MVT], Gl.(1.22) und für die GGS-Verteilung nach [MVT], Gl.(1.33) berechnet. Die pro Kornklasse austretenden Massen erhält man über den berechneten Abscheidungsgrad aus [MVT], Gl.(1.130). Die Bestimmung des Abscheidungsgrads aufgrund normierter Abscheidegradkurven folgt den Ausführungen in [WA], S.LJ6/7. Näheres dazu im Beispiel 1.

Literatur

[Lo] Löffler,F.: Staubabscheiden, Georg Thieme Verlag, Stuttgart/New York, 1988.

[Mo] Mothes,H., Löffler,F.: Zur Berechnung der Partikelabscheidung in Zyklonen, Chem.Eng.Process.,18(1984)6.323/331.

[MVT] Zogg, M.: Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik, 3.Aufl., B.G. Teubner, Stuttgart 1993.

[WA] VDI-Wärmeatlas, 6.Auflage, VDI-Verlag Düsseldorf 1991, Beitrag Muschelknautz,E., Trefz,M., S.Lj1/Lj9.

Beispiel 1:
Berechnung nach dem Wärmeatlas für tangentialen Schlitzeinlauf

Ausgangsdaten

Aussenradius/Tauchrohrinnenradius r_a/r_i	$rari := 3.20$
Mantelradius unten/Tauchrohrinnenradius r_au/r_i	$rauri := 1.25$
Einlaufbreite/Tauchrohrinnenradius b_e/r_a	$bera := 0.300$
Querschnittsverhältnis Eintritt/Tauchrohr A_e/A_i	$AeAi := 0.8$
Zyklonhöhe/Tauchrohrinnenradius z/ri	$zri := 10.00$
Höhe zylindrischer Teil/Zyklonhöhe z_z/z	$zzz := 0.2618$
Aktive Höhe/Tauchrohrinnenradius z_i/r_i	$ziri := 7.00$
Parameter Fraktionsabscheidegradkurve	$FA := 4$

Betriebsparameter

Gasvolumenstrom	$Vst := 1.389 \cdot m^3 \cdot s^{-1}$
Staubbeladung im Zulauf	$X_e := 0.005$
Geschwindigkeit im Tauchrohr	$w_i := 9.4395 \cdot m \cdot s^{-1}$

Stoffwerte

dynamische Viskosität der Gasphase	$\eta := 1.843 \cdot 10^{-5} \cdot Pa \cdot s$
Dichte der Gasphase	$\rho := 1.000 \cdot kg \cdot m^{-3}$
Dichte der Teilchen	$\rho_p := 2500 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Teilchengrössenverteilung am Eintritt in den Zyklon

Konrgrössenparameter RRSB-Verteilung	$d_{RRSB} := 4 \cdot 10^{-6} \cdot m$
Gleichmässigkeitsparameter RRSB-Verteilung	$n_{RRSB} := 1.300$

Berechnung

1. Zyklonabmessungen

Tauchrohrquerschnitt $A_i := \frac{Vst}{w_i}$ $A_i = 0.147 \cdot m^2$

Tauchrohrinnenradius aus $r_i := \sqrt{\frac{A_i}{\pi}}$ $r_i = 0.216 \cdot m$

Aussenradius zylindrischer Teil (Bild 1)	$r_a := rari \cdot r_i$	$r_a = 0.693 \cdot m$
Eintrittsquerschnitt	$A_e := AeAi \cdot A_i$	$A_e = 0.1177 \cdot m^2$
Schlitzbreite am Eintritt (Bild 1)	$b := bera \cdot r_a$	$b = 0.208 \cdot m$
Schlitzhöhe am Eintritt (Bild 1)	$z_e := \frac{A_e}{b}$	$z_e = 0.567 \cdot m$
Mittlerer Radius am Eintritt (Bild 1)	$r_e := r_a - \frac{b}{2}$	$r_e = 0.589 \cdot m$
Zyklonhöhe (Bild 1)	$z := zri \cdot r_i$	$z = 2.164 \cdot m$
Höhe zylindrischer Zyklonteil	$z_z := zzz \cdot z$	$z_z = 0.567 \cdot m$
Mantelradius unten (Bild 1)	$r_{au} := rauri \cdot r_i$	$r_{au} = 0.271 \cdot m$
aktive Höhe des Zyklons (Bild 1)	$z_i := ziri \cdot r_i$	$z_i = 1.515 \cdot m$
Eintauchtiefe Tauchrohr	$z_t := z - z_i$	$z_t = 0.649 \cdot m$

2. Umfangsgeschwindigkeiten

aussen:

mit der Hilfsgrösse $\beta := \frac{b}{r_a}$ $\beta = 0.300$

folgt der Einschnürungsbeiwert aus [WA], Gl.(1) zu:

$$\alpha := \frac{1 - \sqrt{1 + 4 \cdot \left[\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - \frac{\beta}{2}\right] \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1 - \beta^2}{1 + X_e}\right) \cdot \left(2 \cdot \beta - \beta^2\right)}}}{\beta} \qquad \alpha = 0.696$$

Eintrittsgeschwindigkeit $w_e := \frac{Vst}{A_e}$ $w_e = 11.80 \cdot \frac{m}{s}$

äussere Umfangsgeschwindigkeit aus [WA], Gl.(2) :

$$w_{ua} := \frac{w_e}{\alpha} \cdot \frac{r_e}{r_a} \qquad w_{ua} = 14.40 \cdot \frac{m}{s}$$

innen:

Reibungsoberfläche A_AR (zylindrischer Mantelteil, konischer Mantelteil, Deckel, Tauchrohr, aussen:

$$A_{ARz} := 2 \cdot \pi \cdot r_a \cdot z_z \qquad A_{ARz} = 2.465 \cdot m^2$$

$$A_{ARk} := \pi \cdot \left[\sqrt{\left(r_a - r_{au}\right)^2 + \left(z - z_z\right)^2} \cdot \left(r_a + r_{au}\right)\right] \qquad A_{ARk} = 5.000 \cdot m^2$$

$$A_{ARD} := \pi \cdot \left(r_a^2 - r_i^2\right) \qquad A_{ARD} = 1.360 \cdot m^2$$

$$A_{ART} := 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot z_t \qquad A_{ART} = 0.883 \cdot m^2$$

$$A_{AR} := A_{ARz} + A_{ARk} + A_{ARD} + A_{ART} \qquad A_{AR} = 9.708 \cdot m^2$$

Erste Näherung für den Wandreibungsbeiwert des reinen Gases:

$$c_{wo} := 0.0075$$

Wandreibungsbeiwert des beladenen Gases aus [WA],Gl.(7):

$$c_w := c_{wo} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00856$$

innere Umfangsgeschwindigkeit aus [WA],Gl.(9):

$$w_{ui} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{r_i}}{1 + \frac{c_w}{2} \cdot \frac{A_{AR}}{Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_i}}} \qquad w_{ui} = 26.029 \cdot \frac{m}{s}$$

mittlerer Radius nach [WA],LJ8: $r_m := \sqrt{r_a \cdot r_i}$ $\qquad r_m = 0.387 \cdot m$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit nach [WA],LJ8: $w_{um} := \sqrt{w_{ua} \cdot w_{ui}}$ $\qquad w_{um} = 19.36 \cdot \frac{m}{s}$

Axialgeschwindigkeit nach [WA], Bild 5: $w_{ax} := \dfrac{0.9 \cdot Vst}{\pi \cdot \left(r_a^2 - r_m^2\right)}$ $\qquad w_{ax} = 1.207 \cdot \frac{m}{s}$

Reynoldszahl aus [WA],Gl.(13):

$$Re := \frac{w_{ax} \cdot \rho \cdot r_e}{\eta \cdot \left[\left(\frac{z}{r_m}\right) \cdot \left(1 + \frac{w_{ax}}{w_{um}}\right)^2\right]} \qquad Re = 6.110 \cdot 10^3$$

neuer Wandreibungsbeiwert für reines Gas aus den Gln.(1 bis 3); da Re > 1470:

$$c_{wo} := 0.0045$$

Erneute Durchrechnung (Im allgemeinen wird hier eine iterative Lösung gestartet, da c_wo = f(Re). Weil hier eine vollturbulente Strömung herrscht, bleibt der Wandreibungsbeiwert konstant.):

$$c_w := c_{wo} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00514$$

$$w_{ui} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{r_i}}{1 + \frac{c_w}{2} \cdot \frac{A_{AR}}{Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_i}}} \qquad w_{ui} = 31.516 \cdot \frac{m}{s}$$

$$r_m := \sqrt{r_a \cdot r_i} \qquad r_m = 0.387 \cdot m$$

$$w_{um} := \sqrt{w_{ua} \cdot w_{ui}} \qquad w_{um} = 21.31 \cdot \frac{m}{s}$$

$$w_{ax} := \frac{0.9 \cdot Vst}{\pi \cdot \left(r_a^{\,2} - r_m^{\,2}\right)} \qquad w_{ax} = 1.207 \cdot \frac{m}{s}$$

$$Re := \frac{w_{ax} \cdot \rho \cdot r_e}{\eta \cdot \left[\left(\frac{z}{r_m}\right) \cdot \left(1 + \frac{w_{ax}}{w_{um}}\right)^2\right]} \qquad Re = 6.176 \cdot 10^3$$

$$c_{wo} := 0.0045$$

3. Druckverlust

Druckverlust im Abscheideraum aus [WA], Gl.(15):

$$\Delta p_{AR} := c_w \cdot \frac{A_{AR}}{0.9 \cdot Vst} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(w_{ua} \cdot w_{ui}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad \Delta p_{AR} = 192.9 \cdot Pa$$

Druckverlust im Tauchrohr aus [WA], Gl.(17):

$$\Delta p_i := \left[2 + 3 \cdot \left(\frac{w_{ui}}{w_i}\right)^{\frac{4}{3}} + \left(\frac{w_{ui}}{w_i}\right)^2\right] \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_i^{\,2} \qquad \Delta p_i = 1.253 \cdot 10^3 \cdot Pa$$

Gesamtdruckverlust: $\Delta p := \Delta p_{AR} + \Delta p_i$ $\qquad \Delta p = 1.446 \cdot 10^3 \cdot Pa$

4. Trennteilchengrösse

Trennteilchengrösse (50% Abscheidung) der Hauptströmung aus [WA], Gl.(18):

$$d_T := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot 0.9 \cdot Vst}{\left(\rho_p - \rho\right) \cdot w_{ui}^{\,2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot z_i}} \qquad d_T = 4.189 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Trennteilchengrösse der Sekundärströmung aus [WA], Gl.(19):

$$d_{Ts} := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot 0.1 \cdot Vst}{\left(\rho_p - \rho\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot w_{ui}\right)^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot z_t}} \qquad d_{Ts} = 3.200 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

5. Grenzbeladung und Abscheidung an der Zyklonwand

Mantelfläche zylindrischer Teil und konischer Teil bis Mitte nach [WA], S.Lj5:

Radius in Mitte des konischen Teils:

$$r_{a2} := \frac{r_a + r_{au}}{2} \qquad r_{a2} = 0.482 \cdot m$$

$$A_W := 2 \cdot \pi \cdot r_a \cdot z_z + \pi \cdot \left[\sqrt{(r_a - r_{a2})^2 + \left(\frac{z - z_z}{2} \right)^2} \cdot (r_a + r_{a2}) \right]$$

$$A_W = 5.513 \cdot m^2$$

Bezugsradius für die Wandabscheidung nach [WA], Gl.(25):

$$r_k := r_a - \frac{\alpha \cdot b}{2} \qquad r_z := \sqrt{r_k \cdot r_{a2}} \qquad r_z = 0.546 \cdot m$$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit Wandwirbel in der Einlaufebene aus [WA], Gl.(23):

$$w_{ue1} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{(r_k)}}{1 + \frac{c_w}{2} \cdot \frac{A_W}{0.9 \cdot Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_k}}} \qquad w_{ue1} = 13.72 \cdot \frac{m}{s}$$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit Wandwirbel unten aus [WA], Gl.(24):

$$w_{u2} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{(r_{a2})}}{1 + \frac{c_w}{2} \cdot \frac{A_W}{0.9 \cdot Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_{a2}}}} \qquad w_{u2} = 17.33 \cdot \frac{m}{s}$$

mittlere Beschleunigung des Wandwirbels aus [WA], Gl.(22):

$$a_{ze} := \frac{w_{ue1} \cdot w_{u2}}{r_z} \qquad a_{ze} = 434.9 \cdot \frac{m}{s^2}$$

Sinkgeschwindigkeit der Trennteilchen im Wandwirbel aus [WA], Gl.(26):

$$w_{s50} := \frac{0.9 \cdot Vst}{2 \cdot A_W} \qquad w_{s50} = 0.1134 \cdot \frac{m}{s}$$

Trennteilchengrösse in Wandwirbel für laminares Absinken:

$$d_{TW} := \sqrt{\frac{w_{s50} \cdot 18 \cdot \eta}{(\rho_p - \rho) \cdot a_{ze}}} \qquad d_{TW} = 5.88 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Reynoldszahl der Wandabscheidung aus [WA], Gl.(28):

$$Re_s := \frac{w_{s50} \cdot \rho \cdot d_{TW}}{\eta} \qquad Re_s = 0.0362$$

Mittlere Teilchengrösse der RRSB-Verteilung aus [MVT], Gl.(1.23):

$$0.5 = \exp\left[-\left(\frac{d_{50}}{d_{RRSB}}\right)^{n_{RRSB}}\right]$$

$$d_{50} := .6931^{\left(\frac{1}{n_{RRSB}}\right)} \cdot d_{RRSB} \qquad (1.23')$$

$$d_{50} = 3.017 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Die Grenzbeladung, ab der eine Gutabscheidung bereits im Wandbereich erfolgt, beträgt für X_e < 0.1 nach [WA], Gl.(31) - andernfalls [WA], Gl.(30):

$$X_G := 0.025 \cdot \frac{d_T}{d_{50}} \cdot \left(10 \cdot X_e\right)^{0.4} \qquad X_G = 0.01047$$

(Für X_e > 0.1 müsste X_G aus $X_G = 0.025 \cdot \frac{d_T}{d_{50}} \cdot \left(10 \cdot X_e\right)^{0.15}$ berechnet werden.)

6. Abscheidungsgrad

Der Fraktionsabscheidungsgrad kann für die in [WA] Bild 8 gezeigten Zyklonabscheider aus der normierten Abscheidungsgradkurve [WA], Gl.(34) berechnet werden (allgemeiner Teil, Gl.(7) - siehe auch Bild 4). Diese liefert mit dem für diesen Fall gültigen Parameter F (siehe Eingabe) für eine Teilchengrösse von beispielsweise

$$d_p := 4.00 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

einen Fraktionsabscheidungsgrad von:

$$\eta_A := 0.5 \cdot \left[1 + \cos\left[\pi \cdot \left(1 - \frac{\ln\left(\frac{d_p}{d_T}\right) + \ln(FA)}{2 \cdot \ln(FA)}\right)\right]\right] \qquad \eta_A = 0.474$$

Wie im allgemeinen Teil bereits erörtert, weist diese Gleichung von dem aus Messungen bestimmten Verlauf erhebliche Abweichungen auf. Die besser zutreffer Gl.(8) von *Spilger* liefert für die gleiche Korngrösse den folgenden, wesentlich tiefe Fraktionsabscheidungsgrad:

$$\eta_A := \left[1 + \frac{9.14}{\left(\frac{d_p}{d_T}\right)^{5.3}}\right]^{-0.53} \qquad \eta_A = 0.260$$

Der weitere Weg zur Berechnung des Gesamtabscheidungsgrades ist rechenintensiv und kann hier nur noch angedeutet werden:

Die ganze Teilchengrössenverteilung ist von d_pmin bis d_pmax in eine Anzahl Teilchengrössenklassen (im Programm 200) aufzuteilen. Für die mittleren Teilchengrössen dieser Teilchenklassen sind aus der obigen Gleichung die Fraktionsabscheidegrade zu berechnen. Diese sind mit den Differenzen der relativen Rückstandssummen (= Masse der Teilchenklasse - siehe [MVT], Kapitel 1) zu multiplizieren. Das Produkt gibt an, wieviel von dieser Teilchenklasse abgeschieden wird. Beispiel für den hier vorliegenden Fall einer **kleinen Eintrittsbeladung** (X_e < X_G):

$$d_{p1} := 3.8\cdot 10^{-6}\cdot m \qquad d_{p2} := 4.2\cdot 10^{-6}\cdot m$$

relative Rückstandssummen aus [MVT], Gl.(1.23):

$$MRM_1 := \exp\left[-\left(\frac{d_{p1}}{d_{RRSB}}\right)^{n_{RRSB}}\right] \qquad MRM_1 = 0.3924$$

$$MRM_2 := \exp\left[-\left(\frac{d_{p2}}{d_{RRSB}}\right)^{n_{RRSB}}\right] \qquad MRM_2 = 0.3446$$

Innerhalb der Teilchenklasse von d_p1 bis d_p2 tritt somit ein Anteil von

$$\Delta M_e := MRM_1 - MRM_2 \qquad \Delta M_e = 0.04783$$

an Staub in den Zyklon. Von diesem verlässt den Zyklon noch der Anteil:

$$\Delta M_a := \Delta M_e\cdot\eta_A \qquad \Delta M_a = 0.01245$$

Diese Rechnung wird im Programm für 200 Teilchenklassen wiederholt. Die Summe der austretenden Massen deltaM_a ermöglicht das Bestimmen der Austrittsbeladung und damit nach [MVT], Gl.(4.128) des Gesamtabscheidungsgrads.

Im Falle einer **grossen Eintrittsbeladung** (X_e > X_G) wird der gröbere Teil der Teilchen bereits im Wandwirbel abgeschieden. Die Teilchengrössenparameter sinc dann für die Abscheidung des Reststaubes nach der oben gezeigten Rechnung zu korrigieren. Die Korrektur der **mittleren Teilchengrösse** d_50 (Mediandurchmesser) infolge der Wandabscheidung wird im Bereich 0 < (1-X_G/X_e) < 0.75 nach [WA], Gl.(33) durchgeführt:

$$d_{50k} = d_{50} - \frac{\left(d_{50} - d_{TW}\right) \cdot \left(1 - \frac{X_G}{X_e}\right)}{0.75}$$

Für noch höhere Eintrittsbeladungen {(1-X_G/X_e) >= 0.75} wird $d_{50k} = d_{TW}$ gesetzt.

Der **Gleichmässigkeitsparameter** wird nach [WA] wie folgt **korrigiert**:

für n_RRSB >= 1.2: keine Korrektur $n_{RRSBk} = n_{RRSB}$

für n_RRSB < 1.2: $n_{RRSBk} = 1.2$

Aus der Gl.(1.123') folgt schliesslich der **korrigierte Korngrössenparameter** zu:

$$d_{RRSBk} = \frac{d_{50k}}{\left[.6931^{\left(\frac{1}{n_{RRSB}}\right)}\right]} \qquad (1.123'')$$

Beispiel 2:
Berechnung nach dem Wärmeatlas für Spiraleinlauf (Vollspirale)

(Kommentare zu den Änderungen gegenüber dem tangentialen Schlitzeinlauf sind ***fett, kursiv*** geschrieben. Der Abschnitt 6 wurde weggelassen, da darin gegenüber dem tangentialen Schlitzeinlauf nichts Neues vorkommt.)

Ausgangsdaten

Aussenradius/Tauchrohrinnenradius r_a/r_i $rari := 3.20$

Mantelradius unten/Tauchrohrinnenradius r_au/r_i $rauri := 1.25$

Einlaufbreite/Tauchrohrinnenradius b_e/r_a $bera := 0.300$

Querschnittsverhältnis Eintritt/Tauchrohr A_e/A_i $AeAi := 0.8$

Zyklonhöhe/Tauchrohrinnenradius z/ri $zri := 10.00$

Höhe zylindrischer Teil/Zyklonhöhe z_z/z $zzz := 0.2618$

Aktive Höhe/Tauchrohrinnenradius z_i/r_i $ziri := 7.00$

Betriebsparameter

Gasvolumenstrom $Vst := 1.389 \cdot m^3 \cdot s^{-1}$

Staubbeladung im Zulauf $X_e := 0.005$

Geschwindigkeit im Tauchrohr $w_i := 9.4395 \cdot m \cdot s^{-1}$

Stoffwerte

dynamische Viskosität der Gasphase $\eta := 1.843 \cdot 10^{-5} \cdot Pa \cdot s$

Dichte der Gasphase $\rho := 1.000 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Dichte der Teilchen $\rho_p := 2500 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Teilchengrössenverteilung am Eintritt in den Zyklon

Konrgrössenparameter RRSB-Verteilung $d_{RRSB} := 4 \cdot 10^{-6} \cdot m$

Gleichmässigkeitsparameter RRSB-Verteilung $n_{RRSB} := 1.300$

Berechnung

1. Zyklonabmessungen

Tauchrohrquerschnitt $A_i := \frac{Vst}{w_i}$ $A_i = 0.147 \cdot m^2$

Tauchrohrinnenradius aus	$r_i := \sqrt{\dfrac{A_i}{\pi}}$	$r_i = 0.216 \cdot m$
Aussenradius zylindrischer Teil (Bild 2)	$r_a := rari \cdot r_i$	$r_a = 0.693 \cdot m$
Eintrittsquerschnitt	$A_e := AeAi \cdot A_i$	$A_e = 0.1177 \cdot m^2$
Schlitzbreite am Eintritt (Bild 2)	$b_e := bera \cdot r_a$	$b_e = 0.208 \cdot m$
Schlitzhöhe am Eintritt (Bild 2)	$z_e := \dfrac{A_e}{b_e}$	$z_e = 0.567 \cdot m$
Mittlerer Radius am Eintritt (Bild 1)	$r_e := r_a + \dfrac{b_e}{2}$	$r_e = 0.796 \cdot m$
Zyklonhöhe (Bild 1)	$z := zri \cdot r_i$	$z = 2.164 \cdot m$
Höhe zylindrischer Zyklonteil (Bild 2)	$z_z := zzz \cdot z$	$z_z = 0.567 \cdot m$
Mantelradius unten (Bild 1)	$r_{au} := rauri \cdot r_i$	$r_{au} = 0.271 \cdot m$
aktive Höhe des Zyklons (Bild 1)	$z_i := ziri \cdot r_i$	$z_i = 1.515 \cdot m$
Eintauchtiefe Tauchrohr (Bild 2)	$z_t := z - z_i$	$z_t = 0.649 \cdot m$

2. Umfangsgeschwindigkeiten

Bei Spiraleinlauf erfolgt am Einlauf keine Einschnürung: $\alpha := 1.00$

Eintrittsgeschwindigkeit $w_e := \dfrac{Vst}{A_e}$ $w_e = 11.80 \cdot \dfrac{m}{s}$

äussere Umfangsgeschwindigkeit

Reibungsoberfläche des Spiraleinlaufs aus [WA],Gl.(6):

Spiralwinkel für Vollspirale: $\gamma := 2 \cdot \pi$

$$A_{ARs} := \gamma \cdot \left(\frac{b_e + 2 \cdot r_a}{2} \right) \cdot \left(b_e + z_e \right) \qquad A_{ARs} = 3.87 \cdot m^2$$

Wandreibungsbeiwert aus [WA], Gl.(7):

$$c_w := 0.0075 \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e} \right) \qquad c_w = 0.0086$$

Umfangsgeschwindigkeit aussen aus [WA], Gl.(5):

$$w_{ua} := \frac{w_e \cdot \dfrac{r_e}{r_a}}{1 + \dfrac{c_w}{2} \cdot \dfrac{A_{ARs}}{Vst} \cdot w_e \cdot \sqrt{\dfrac{r_e}{r_a}}} \qquad w_{ua} = 11.79 \cdot \frac{m}{s}$$

Reibungsoberfläche A_AR (***Spiraleinlauf (oben)***, restlicher zylindrischer Mantelteil, konischer Mantelteil, Deckel, Tauchrohr, aussen:

$$A_{ARz} := 2\cdot\pi\cdot r_a\cdot(z_z - z_e) \qquad A_{ARz} = 5.765\cdot 10^{-6}\cdot m^2$$

$$A_{ARk} := \pi\cdot\left[\sqrt{(r_a - r_{au})^2 + (z - z_z)^2}\cdot(r_a + r_{au})\right] \qquad A_{ARk} = 5.000\cdot m^2$$

$$A_{ARD} := \pi\cdot\left(r_a^{\,2} - r_i^{\,2}\right) \qquad A_{ARD} = 1.360\cdot m^2$$

$$A_{ART} := 2\cdot\pi\cdot r_i\cdot z_t \qquad A_{ART} = 0.883\cdot m^2$$

$$A_{AR} := A_{ARs} + A_{ARz} + A_{ARk} + A_{ARD} + A_{ART} \qquad A_{AR} = 11.12\cdot m^2$$

Erste Näherung für den Wandreibungsbeiwert des reinen Gases:

$$c_{wo} := 0.0075$$

Wandreibungsbeiwert des beladenen Gases aus [WA],Gl.(7):

$$c_w := c_{wo}\cdot\left(1 + 2\cdot\sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00856$$

innere Umfangsgeschwindigkeit aus [WA],Gl.(9):

$$w_{ui} := \frac{w_{ua}\cdot\dfrac{r_a}{r_i}}{1 + \dfrac{c_w}{2}\cdot\dfrac{A_{AR}}{Vst}\cdot w_{ua}\cdot\sqrt{\dfrac{r_a}{r_i}}} \qquad w_{ui} = 21.901\cdot\frac{m}{s}$$

mittlerer Radius nach [WA],LJ8: $r_m := \sqrt{r_a\cdot r_i}$ $\qquad r_m = 0.387\cdot m$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit nach [WA],LJ8: $w_{um} := \sqrt{w_{ua}\cdot w_{ui}}$ $\qquad w_{um} = 16.07\cdot\frac{m}{s}$

Axialgeschwindigkeit nach [WA], Bild 5: $w_{ax} := \dfrac{0.9\cdot Vst}{\pi\cdot\left(r_a^{\,2} - r_m^{\,2}\right)}$ $\qquad w_{ax} = 1.207\cdot\frac{m}{s}$

Reynoldszahl aus [WA],Gl.(13):

$$Re := \frac{w_{ax}\cdot\rho\cdot r_e}{\eta\cdot\left[\left(\dfrac{z}{r_m}\right)\cdot\left(1 + \dfrac{w_{ax}}{w_{um}}\right)^2\right]} \qquad Re = 8.071\cdot 10^3$$

neuer Wandreibungsbeiwert für reines Gas aus den Gln.(1 bis 3); da Re > 1470:

$$c_{wo} := 0.0045$$

Erneute Durchrechnung (Im allgemeinen wird hier eine iterative Lösung gestartet, da c_wo = f(Re). Weil hier eine vollturbulente Strömung herrscht, bleibt der Wandreibungsbeiwert konstant):

$$c_w := c_{wo}\cdot\left(1 + 2\cdot\sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00514$$

$$w_{ui} := \frac{w_{ua}\cdot\dfrac{r_a}{r_i}}{1 + \dfrac{c_w}{2}\cdot\dfrac{A_{AR}}{Vst}\cdot w_{ua}\cdot\sqrt{\dfrac{r_a}{r_i}}} \qquad w_{ui} = 26.316\cdot\frac{m}{s}$$

$$r_m := \sqrt{r_a\cdot r_i} \qquad r_m = 0.387\cdot m$$

$$w_{um} := \sqrt{w_{ua}\cdot w_{ui}} \qquad w_{um} = 17.61\cdot\frac{m}{s}$$

$$w_{ax} := \frac{0.9\cdot Vst}{\pi\cdot\left(r_a^{\,2} - r_m^{\,2}\right)} \qquad w_{ax} = 1.207\cdot\frac{m}{s}$$

$$Re := \frac{w_{ax}\cdot\rho\cdot r_e}{\eta\cdot\left[\left(\dfrac{z}{r_m}\right)\cdot\left(1 + \dfrac{w_{ax}}{w_{um}}\right)^2\right]} \qquad Re = 8.171\cdot 10^3$$

$$c_{wo} := 0.0045$$

3. Druckverlust

Druckverlust im Abscheideraum aus [WA], Gl.(15):

$$\Delta p_{AR} := c_w\cdot\frac{A_{AR}}{0.9\cdot Vst}\cdot\frac{\rho}{2}\cdot\left(w_{ua}\cdot w_{ui}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad \Delta p_{AR} = 124.8\cdot Pa$$

Druckverlust im Tauchrohr aus [WA], Gl.(17):

$$\Delta p_i := \left[2 + 3\cdot\left(\frac{w_{ui}}{w_i}\right)^{\frac{4}{3}} + \left(\frac{w_{ui}}{w_i}\right)^2\right]\cdot\frac{\rho}{2}\cdot w_i^{\,2} \qquad \Delta p_i = 959.773\cdot Pa$$

Gesamtdruckverlust: $\Delta p := \Delta p_{AR} + \Delta p_i \qquad \Delta p = 1.085\cdot 10^3\cdot Pa$

4. Trennteilchengrösse

Trennteilchengrösse (50% Abscheidung) der Hauptströmung aus [WA], Gl.(18):

$$d_T := \sqrt{\frac{18\cdot\eta\cdot 0.9\cdot Vst}{\left(\rho_p - \rho\right)\cdot w_{ui}^2\cdot 2\cdot\pi\cdot z_i}} \qquad d_T = 5.017\cdot 10^{-6}\cdot m$$

Trennteilchengrösse der Sekundärströmung aus [WA], Gl.(19):

$$d_{Ts} := \sqrt{\frac{18\cdot\eta\cdot 0.1\cdot Vst}{\left(\rho_p - \rho\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot w_{ui}\right)^2\cdot 2\cdot\pi\cdot z_t}} \qquad d_{Ts} = 3.832\cdot 10^{-6}\cdot m$$

5. Grenzbeladung und Abscheidung an der Zyklonwand

Mantelfläche zylindrischer Teil und konischer Teil bis Mitte nach [WA], S.Lj5:

Radius in Mitte des konischen Teils:

$$r_{a2} := \frac{r_a + r_{au}}{2} \qquad r_{a2} = 0.482\cdot m$$

$$A_W := 2\cdot\pi\cdot r_a\cdot z_z + \pi\cdot\left[\sqrt{\left(r_a - r_{a2}\right)^2 + \left(\frac{z - z_z}{2}\right)^2}\cdot\left(r_a + r_{a2}\right)\right]$$

$$A_W = 5.513\cdot m^2$$

Bezugsradius für die Wandabscheidung nach [WA], Gl.(25):

$$r_k := r_a - \frac{\alpha\cdot b_e}{2} \qquad r_z := \sqrt{r_k\cdot r_{a2}} \qquad r_z = 0.532\cdot m$$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit Wandwirbel in der Einlaufebene aus [WA], Gl.(23):

$$w_{ue1} := \frac{w_{ua}\cdot\frac{r_a}{\left(r_k\right)}}{1 + \frac{c_W}{2}\cdot\frac{A_W}{0.9\cdot Vst}\cdot w_{ua}\cdot\sqrt{\frac{r_a}{r_k}}} \qquad w_{ue1} = 12.11\cdot\frac{m}{s}$$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit Wandwirbel unten aus [WA], Gl.(24):

$$w_{u2} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{(r_{a2})}}{1 + \frac{c_W}{2} \cdot \frac{A_W}{0.9 \cdot Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_{a2}}}} \qquad w_{u2} = 14.61 \cdot \frac{m}{s}$$

mittlere Beschleunigung des Wandwirbels aus [WA], Gl.(22):

$$a_{ze} := \frac{w_{ue1} \cdot w_{u2}}{r_z} \qquad a_{ze} = 332.5 \cdot \frac{m}{s^2}$$

Sinkgeschwindigkeit der Trennteilchen im Wandwirbel aus [WA], Gl.(26):

$$w_{s50} := \frac{0.9 \cdot Vst}{2 \cdot A_W} \qquad w_{s50} = 0.1134 \cdot \frac{m}{s}$$

Trennteilchengrösse in Wandwirbel für laminares Absinken:

$$d_{TW} := \sqrt{\frac{w_{s50} \cdot 18 \cdot \eta}{(\rho_p - \rho) \cdot a_{ze}}} \qquad d_{TW} = 6.73 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Reynoldszahl der Wandabscheidung aus [WA], Gl.(28):

$$Re_s := \frac{w_{s50} \cdot \rho \cdot d_{TW}}{\eta} \qquad Re_s = 0.0414$$

Mittlere Teilchengrösse der RRSB-Verteilung aus [MVT], Gl.(1.23):

$$0.5 = \exp\left[-\left(\frac{d_{50}}{d_{RRSB}}\right)^{n_{RRSB}}\right]$$

$$d_{50} := .6931^{\left(\frac{1}{n_{RRSB}}\right)} \cdot d_{RRSB} \qquad (1.23')$$

$$d_{50} = 3.017 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Die Grenzbeladung, ab der eine Gutabscheidung bereits im Wandbereich erfolgt, beträgt für X_e < 0.1 nach [WA], Gl.(31) - andernfalls [WA], Gl.(30):

$$X_G := 0.025 \cdot \frac{d_T}{d_{50}} \cdot (10 \cdot X_e)^{0.4} \qquad X_G = 0.01254$$

(Für X_e > 0.1 müsste X_G aus $X_G = 0.025 \cdot \frac{d_T}{d_{50}} \cdot (10 \cdot X_e)^{0.15}$ berechnet werden.)

Beispiel 3:
Berechnung nach dem Wärmeatlas für axialen Einlauf (gerade Schaufeln)

(Kommentare zu den Änderungen gegenüber dem tangentialen Schlitzeinlauf sind ***fett, kursiv*** geschrieben. Der Abschnitt 6 wurde weggelassen, da darin gegenüber dem tangentialen Schlitzeinlauf nichts Neues vorkommt.)

Ausgangsdaten

Aussenradius/Tauchrohrinnenradius r_a/r_i	$rari := 3.20$
Mantelradius unten/Tauchrohrinnenradius r_au/r_i	$rauri := 1.25$
Anstellwinkel der Schaufeln [15..30°]	$\delta := 20.0$
Querschnittsverhältnis Eintritt/Tauchrohr A_e/A_i	$AeAi := 2.70$
Zyklonhöhe/Tauchrohrinnenradius z/ri	$zri := 10.00$
Höhe zylindrischer Teil/Zyklonhöhe z_z/z	$zzz := 0.2618$
Aktive Höhe/Tauchrohrinnenradius z_i/r_i	$ziri := 7.00$

Betriebsparameter

Gasvolumenstrom	$Vst := 1.389 \cdot m^3 \cdot s^{-1}$
Staubbeladung im Zulauf	$X_e := 0.005$
Geschwindigkeit im Tauchrohr	$w_i := 9.4395 \cdot m \cdot s^{-1}$

Stoffwerte

dynamische Viskosität der Gasphase	$\eta := 1.843 \cdot 10^{-5} \cdot Pa \cdot s$
Dichte der Gasphase	$\rho := 1.000 \cdot kg \cdot m^{-3}$
Dichte der Teilchen	$\rho_p := 2500 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Teilchengrössenverteilung am Eintritt in den Zyklon

Konrgrössenparameter RRSB-Verteilung	$d_{RRSB} := 4 \cdot 10^{-6} \cdot m$
Gleichmässigkeitsparameter RRSB-Verteilung	$n_{RRSB} := 1.300$

Berechnung

Schaufelwinkel im Bogenmass $\delta := \delta \cdot \frac{\pi}{180}$ $\delta = 0.349$

1. Zyklonabmessungen

Tauchrohrquerschnitt $A_i := \frac{Vst}{w_i}$ $A_i = 0.147 \cdot m^2$

Tauchrohrinnenradius aus $r_i := \sqrt{\frac{A_i}{\pi}}$ $r_i = 0.216 \cdot m$

Aussenradius zylindrischer Teil (Bild 3) $r_a := rari \cdot r_i$ $r_a = 0.693 \cdot m$

Eintrittsquerschnitt $A_e := AeAi \cdot A_i$ $A_e = 0.3973 \cdot m^2$

Schaufelbreite (Bild 3) $b := r_a - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\pi \cdot r_a^2 - A_e}$ $b = 0.0983 \cdot m$

Mittlerer Radius am Eintritt (Bild 3) $r_e := r_a - \frac{b}{2}$ $r_e = 0.643 \cdot m$

Zyklonhöhe (Bild 3) $z := zri \cdot r_i$ $z = 2.164 \cdot m$

Höhe zylindrischer Zyklonteil $z_z := zzz \cdot z$ $z_z = 0.567 \cdot m$

Mantelradius unten (Bild 1) $r_{au} := rauri \cdot r_i$ $r_{au} = 0.271 \cdot m$

aktive Höhe des Zyklons (Bild 1) $z_i := ziri \cdot r_i$ $z_i = 1.515 \cdot m$

Eintauchtiefe Tauchrohr (Bild 3) $z_t := z - z_i$ $z_t = 0.649 \cdot m$

2. Umfangsgeschwindigkeiten

aussen:

Die Eintrittsgeschwindigkeit w_e (Bild 3) beträgt:

$$w_e := \frac{Vst}{\pi \cdot \left[r_a^2 - \left(r_a - b \right)^2 \right] \cdot \sin(\delta)} \quad \text{bzw.} \quad w_e := \frac{Vst}{\pi \cdot \left(2 \cdot r_a \cdot b - b^2 \right) \cdot \sin(\delta)}$$

$$w_e = 10.22 \cdot \frac{m}{s}$$

mit dem Einschnürungsbeiwert für gerade Schaufeln $\alpha := 0.85$
(gebogene Schaufeln 0,95, verwundene Schaufeln 1.05)
findet man für die äussere Umfangsgeschwindigkeit nach [WA], Gl.(8):

$$w_{ua} := \frac{w_e \cdot \cos(\delta)}{\alpha} \cdot \frac{r_e}{r_a} \qquad w_{ua} = 10.50 \cdot \frac{m}{s}$$

innen:

Reibungsoberfläche A_AR (zylindrischer Mantelteil, konischer Mantelteil, Deckel, Tauchrohr (aussen)):

$$A_{ARz} := 2 \cdot \pi \cdot r_a \cdot z_z \qquad A_{ARz} = 2.465 \cdot m^2$$

$$A_{ARk} := \pi \cdot \left[\sqrt{\left(r_a - r_{au} \right)^2 + \left(z - z_z \right)^2} \cdot \left(r_a + r_{au} \right) \right] \qquad A_{ARk} = 5.000 \cdot m^2$$

$$A_{ARD} := \pi \cdot \left(r_a^2 - r_i^2\right) \qquad A_{ARD} = 1.360 \cdot m^2$$

$$A_{ART} := 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot z_t \qquad A_{ART} = 0.883 \cdot m^2$$

$$A_{AR} := A_{ARz} + A_{ARk} + A_{ARD} + A_{ART} \qquad A_{AR} = 9.708 \cdot m^2$$

Erste Näherung für den Wandreibungsbeiwert des reinen Gases:

$$c_{wo} := 0.0075$$

Wandreibungsbeiwert des beladenen Gases aus [WA],Gl.(7):

$$c_w := c_{wo} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00856$$

innere Umfangsgeschwindigkeit aus [WA],Gl.(9):

$$w_{ui} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{r_i}}{1 + \frac{c_w}{2} \cdot \frac{A_{AR}}{Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_i}}} \qquad w_{ui} = 21.511 \cdot \frac{m}{s}$$

mittlerer Radius nach [WA],LJ8: $r_m := \sqrt{r_a \cdot r_i}$ $\qquad r_m = 0.387 \cdot m$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit nach [WA],LJ8: $w_{um} := \sqrt{w_{ua} \cdot w_{ui}}$ $\qquad w_{um} = 15.03 \cdot \frac{m}{s}$

Axialgeschwindigkeit nach [WA], Bild 5: $w_{ax} := \frac{0.9 \cdot Vst}{\pi \cdot \left(r_a^2 - r_m^2\right)}$ $\qquad w_{ax} = 1.207 \cdot \frac{m}{s}$

Reynoldszahl aus [WA],Gl.(13):

$$Re := \frac{w_{ax} \cdot \rho \cdot r_e}{\eta \cdot \left[\left(\frac{z}{r_m}\right) \cdot \left(1 + \frac{w_{ax}}{w_{um}}\right)^2\right]} \qquad Re = 6.458 \cdot 10^3$$

neuer Wandreibungsbeiwert für reines Gas aus den Gln.(1 bis 3); da Re > 1470:

$$c_{wo} := 0.0045$$

Erneute Durchrechnung (Im allgemeinen wird hier eine iterative Lösung gestartet, da c_wo = f(Re). Weil hier eine vollturbulente Strömung herrscht, bleibt der Wandreibungsbeiwert konstant.):

$$c_w := c_{wo} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00514$$

$$w_{ui} := \frac{w_{ua} \cdot \frac{r_a}{r_i}}{1 + \frac{c_w}{2} \cdot \frac{A_{AR}}{Vst} \cdot w_{ua} \cdot \sqrt{\frac{r_a}{r_i}}} \qquad w_{ui} = 25.126 \cdot \frac{m}{s}$$

$$r_m := \sqrt{r_a \cdot r_i} \qquad r_m = 0.387 \cdot m$$

$$w_{um} := \sqrt{w_{ua} \cdot w_{ui}} \qquad w_{um} = 16.24 \cdot \frac{m}{s}$$

$$w_{ax} := \frac{0.9 \cdot Vst}{\pi \cdot \left(r_a^{\,2} - r_m^{\,2}\right)} \qquad w_{ax} = 1.207 \cdot \frac{m}{s}$$

$$Re := \frac{w_{ax} \cdot \rho \cdot r_e}{\eta \cdot \left[\left(\frac{z}{r_m}\right) \cdot \left(1 + \frac{w_{ax}}{w_{um}}\right)\right]^2} \qquad Re = 6.530 \cdot 10^3$$

$$c_{wo} := 0.0045$$

3. Druckverlust

Druckverlust im Abscheideraum aus [WA], Gl.(15):

$$\Delta p_{AR} := c_w \cdot \frac{A_{AR}}{0.9 \cdot Vst} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(w_{ua} \cdot w_{ui}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad \Delta p_{AR} = 85.4 \cdot Pa$$

Druckverlust im Tauchrohr aus [WA], Gl.(17):

$$\Delta p_i := \left[2 + 3 \cdot \left(\frac{w_{ui}}{w_i}\right)^{\frac{4}{3}} + \left(\frac{w_{ui}}{w_i}\right)^2\right] \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w_i^{\,2} \qquad \Delta p_i = 897.818 \cdot Pa$$

Gesamtdruckverlust: $\Delta p := \Delta p_{AR} + \Delta p_i$ $\qquad \Delta p = 983.264 \cdot Pa$

4. Trennteilchengrösse

Trennteilchengrösse (50% Abscheidung) der Hauptströmung aus [WA], Gl.(18):

$$d_T := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot 0.9 \cdot Vst}{\left(\rho_p - \rho\right) \cdot w_{ui}^{\,2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot z_i}} \qquad d_T = 5.255 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Trennteilchengrösse der Sekundärströmung aus [WA], Gl.(19):

$$d_{Ts} := \sqrt{\frac{18 \cdot \eta \cdot 0.1 \cdot Vst}{\left(\rho_p - \rho\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot w_{ui}\right)^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot z_t}} \qquad d_{Ts} = 4.014 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

5. Grenzbeladung und Abscheidung an der Zyklonwand

Mantelfläche zylindrischer Teil und konischer Teil bis Mitte nach [WA], S.Lj5:

Radius in Mitte des konischen Teils:

$$r_{a2} := \frac{r_a + r_{au}}{2} \qquad r_{a2} = 0.482 \cdot m$$

$$A_W := 2\cdot\pi\cdot r_a\cdot z_z + \pi\cdot\left[\sqrt{\left(r_a - r_{a2}\right)^2 + \left(\frac{z - z_z}{2}\right)^2}\cdot\left(r_a + r_{a2}\right)\right] \qquad A_W = 5.51\cdot m^2$$

Bezugsradius für die Wandabscheidung nach [WA], Gl.(25):

$$r_k := r_a - \frac{\alpha\cdot b}{2} \qquad r_z := \sqrt{r_k\cdot r_{a2}} \qquad r_z = 0.560\cdot m$$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit Wandwirbel in der Einlaufebene aus [WA], Gl.(23):

$$w_{ue1} := \frac{w_{ua}\cdot\frac{r_a}{\left(r_k\right)}}{1 + \frac{c_w}{2}\cdot\frac{A_W}{0.9\cdot Vst}\cdot w_{ua}\cdot\sqrt{\frac{r_a}{r_k}}} \qquad w_{ue1} = 9.95\cdot\frac{m}{s}$$

mittlere Umfangsgeschwindigkeit Wandwirbel unten aus [WA], Gl.(24):

$$w_{u2} := \frac{w_{ua}\cdot\frac{r_a}{\left(r_{a2}\right)}}{1 + \frac{c_w}{2}\cdot\frac{A_W}{0.9\cdot Vst}\cdot w_{ua}\cdot\sqrt{\frac{r_a}{r_{a2}}}} \qquad w_{u2} = 13.21\cdot\frac{m}{s}$$

mittlere Beschleunigung des Wandwirbels aus [WA], Gl.(22):

$$a_{ze} := \frac{w_{ue1}\cdot w_{u2}}{r_z} \qquad a_{ze} = 234.9\cdot\frac{m}{s^2}$$

Sinkgeschwindigkeit der Trennteilchen im Wandwirbel aus [WA], Gl.(26):

$$w_{s50} := \frac{0.9\cdot Vst}{2\cdot A_W} \qquad w_{s50} = 0.1134\cdot\frac{m}{s}$$

Trennteilchengrösse in Wandwirbel für laminares Absinken:

$$d_{TW} := \sqrt{\frac{w_{s50}\cdot 18\cdot\eta}{\left(\rho_p - \rho\right)\cdot a_{ze}}} \qquad d_{TW} = 8.00\cdot 10^{-6}\cdot m$$

Reynoldszahl der Wandabscheidung aus [WA], Gl.(28):

$$Re_s := \frac{w_{s50} \cdot \rho \cdot d_{TW}}{\eta} \qquad Re_s = 0.0492$$

Mittlere Teilchengrösse der RRSB-Verteilung aus [MVT], Gl.(1.23):

$$0.5 = \exp\left[-\left(\frac{d_{50}}{d_{RRSB}}\right)^{n_{RRSB}}\right]$$

$$d_{50} := .6931^{\left(\frac{1}{n_{RRSB}}\right)} \cdot d_{RRSB} \qquad (1.23')$$

$$d_{50} = 3.017 \cdot 10^{-6} \cdot m$$

Die Grenzbeladung, ab der eine Gutabscheidung bereits im Wandbereich erfolgt, beträgt für X_e < 0.1 nach [WA], Gl.(31) - andernfalls [WA], Gl.(30):

$$X_G := 0.025 \cdot \frac{d_T}{d_{50}} \cdot \left(10 \cdot X_e\right)^{0.4} \qquad X_G = 0.01314$$

(Für X_e > 0.1 müsste X_G aus $X_G = 0.025 \cdot \frac{d_T}{d_{50}} \cdot \left(10 \cdot X_e\right)^{0.15}$ berechnet werden.)

Beispiel 4: Berechnung nach Mothes (tangentialer Schlitzeinlauf)

Ausgangsdaten

Aussenradius/Tauchrohrinnenradius r_a/r_i	$rari := 3.20$
Mantelradius unten/Tauchrohrinnenradius r_au/r_i	$rauri := 1.25$
Einlaufbreite/Tauchrohrinnenradius b_e/r_a	$bera := 0.300$
Querschnittsverhältnis Eintritt/Tauchrohr A_e/A_i	$AeAi := 0.8$
Zyklonhöhe/Tauchrohrinnenradius z/ri	$zri := 10.00$
Höhe zylindrischer Teil/Zyklonhöhe z_z/z	$zzz := 0.2618$
Aktive Höhe/Tauchrohrinnenradius z_i/r_i	$ziri := 7.00$
scheinbarer Diffusionskoeffizient der Teilchen	$D_p := 0.0125 \cdot m^2 \cdot s^{-1}$

Betriebsparameter

Gasvolumenstrom	$Vst := 1.389 \cdot m^3 \cdot s^{-1}$
Staubbeladung im Zulauf	$X_e := 0.005$
Geschwindigkeit im Tauchrohr	$w_i := 9.4395 \cdot m \cdot s^{-1}$

Stoffwerte

dynamische Viskosität der Gasphase	$\eta := 1.843 \cdot 10^{-5} \cdot Pa \cdot s$
Dichte der Gasphase	$\rho := 1.000 \cdot kg \cdot m^{-3}$
Dichte der Teilchen	$\rho_p := 2500 \cdot kg \cdot m^{-3}$

Teilchengrössenverteilung am Eintritt in den Zyklon

Korngrössenparameter RRSB-Verteilung	$d_{RRSB} := 4 \cdot 10^{-6} \cdot m$
Gleichmässigkeitsparameter RRSB-Verteilung	$n_{RRSB} := 1.300$

Berechnung

1. Zyklonabmessungen

Tauchrohrquerschnitt	$A_i := \frac{Vst}{w_i}$	$A_i = 0.147 \cdot m^2$
Tauchrohrinnenradius aus	$r_i := \sqrt{\frac{A_i}{\pi}}$	$r_i = 0.216 \cdot m$

Aussenradius zylindrischer Teil (Bild 1)	$r_a := rari \cdot r_i$	$r_a = 0.693 \cdot m$
Eintrittsquerschnitt	$A_e := AeAi \cdot A_i$	$A_e = 0.1177 \cdot m^2$
Schlitzbreite am Eintritt (Bild 1)	$b_e := bera \cdot r_a$	$b_e = 0.208 \cdot m$
Schlitzhöhe am Eintritt (Bild 1)	$z_e := \frac{A_e}{b_e}$	$z_e = 0.567 \cdot m$
mittlerer Radius am Eintritt (Bild 1)	$r_e := r_a - \frac{b_e}{2}$	$r_e = 0.589 \cdot m$
Zyklonhöhe (Bild 1)	$z := zri \cdot r_i$	$z = 2.164 \cdot m$
Höhe zylindrischer Zyklonteil	$z_z := zzz \cdot z$	$z_z = 0.567 \cdot m$
Mantelradius unten (Bild 1)	$r_{au} := rauri \cdot r_i$	$r_{au} = 0.271 \cdot m$
aktive Höhe des Zyklons (Bild 1)	$z_i := ziri \cdot r_i$	$z_i = 1.515 \cdot m$
Eintauchtiefe Tauchrohr	$z_t := z - z_i$	$z_t = 0.649 \cdot m$

2. Strömungsparameter

Wandreibungsbeiwert nach [WA], Gl.(12):

$$c_w := 0.0075 \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{X_e}\right) \qquad c_w = 0.00856$$

Konusneigungswinkel (Bogenmass):

$$\varepsilon := \operatorname{atan}\left(\frac{r_a - r_{au}}{z - z_z}\right) \qquad \varepsilon = 0.258$$

Zyklonvolumen:

$$V_{Zyk} := \frac{\pi}{3} \cdot \left(z - z_z\right) \cdot \left(r_a^2 + r_a \cdot r_{au} + r_{au}^2\right) + \pi \cdot r_a^2 \cdot z_z \qquad V_{Zyk} = 2.092 \cdot m^3$$

Radialgeschwindigkeit an der Stelle r_i:

$$w_{ri} := \frac{Vst}{2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot z_i} \qquad w_{ri} = 0.674 \cdot \frac{m}{s}$$

Axialgeschwindigkeit im leeren Zyklon [Lo], Gl.(2.25b):

$$w_{af} := \frac{Vst}{\pi \cdot r_a^2} \qquad w_{af} = 0.922 \cdot \frac{m}{s}$$

Geschwindigkeitsverhältnis [Lo], Gl.(2.25d):

$$\beta := 0.889 - 0.204 \cdot \frac{b_e}{r_a} \qquad \beta = 0.828$$

Tangentialgeschwindigkeit, reibungsfrei ([Lo], Gl.(2.25c), Listing S.96):

$$w_{tao} := \frac{\pi \cdot r_a^2}{b_e \cdot z_e \cdot \beta} \cdot w_{af} \qquad w_{tao} = 14.25 \cdot \frac{m}{s}$$

Mit ([Lo], Gl.(2.27), Listing S.96)

$$h_z := \frac{z_e}{r_a} \cdot \left(\frac{2\cdot\pi - \operatorname{acos}\left(1 - \frac{b_e}{r_a}\right)}{2\cdot\pi} - 1 \right) + \frac{z_z}{r_a} \qquad h_z = 0.715$$

folgt die tatsächliche äussere Tangentialgeschwindigkeit aus [Lo], Gl.(2.26) zu:

$$w_{ta} := \frac{1}{c_w \cdot h_z} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{4} + c_w \cdot h_z \cdot \frac{w_{tao}}{w_{af}}} - \frac{1}{2} \right) \cdot w_{af} \qquad w_{ta} = 13.113 \cdot \frac{m}{s}$$

Drehimpulsparameter für kleine Beladungen (erfasst Drehimpulsaustausch zwischen Wand und Gas) aus [Lo], Gl.(2.29):

$$Di := \frac{w_{ta}}{w_{af}} \cdot \left(c_w + \frac{c_w}{\sin(\varepsilon)} \right) \qquad Di = 0.599$$

Tangentialgeschwindigkeit am Tauchrohrradius aus [Lo], Gl.(2.28):

$$w_{ti} := \frac{w_{ta}}{\left(\frac{r_i}{r_a}\right) \cdot \left[1 + Di \cdot \left(1 - \frac{r_i}{r_a}\right)\right]} \qquad w_{ti} = 29.728 \cdot \frac{m}{s}$$

fiktiver Aussenradius (Radius "Ersatzzylinder") aus [Lo], Gl.(2.31):

$$r_{af} := \sqrt{\frac{V_{Zyk}}{\pi \cdot z}} \qquad r_{af} = 0.555 \cdot m$$

fiktive Tangentialgeschwindigkeit an diesem Radius nach [Lo], Gl.(2.28):

$$w_{taf} := \frac{w_{ta}}{\left(\frac{r_{af}}{r_a}\right) \cdot \left[1 + Di \cdot \left(1 - \frac{r_{af}}{r_a}\right)\right]} \qquad w_{taf} = 14.629 \cdot \frac{m}{s}$$

Die **folgenden Berechnungen werden im Programm für 200 Teilchengrössen**innerhalb der jeweils vorliegenden Teilchengrössenverteilung durchgeführt. Sie können **hier nur an einem Beispiel für**

$d_p := 3.7452 \cdot 10^{-6} \cdot m$ **gezeigt** werden.

3. Trennungsparameter

Sinkgeschwindigkeit des Einzelteilchens beim Tauchrohrradius nach [MVT]:

Zentrifugalbeschleunigung: $a_i := \frac{w_{ti}^2}{r_i}$ $\qquad a_i = 4.083 \cdot 10^3 \cdot \frac{m}{s^2}$

Archimedeszahl aus (4.46): $Ar := \frac{a_i \cdot (d_p^3) \cdot (\rho_p - \rho) \cdot \rho}{\eta^2}$ $Ar = 1.578$

Nach [MVT], Abschn. 4.2.1.3 ist der Absetzvorgang für Ar <= 3.6 laminar. Dafür erhält man die Reynoldszahl Re_po aus Gl. (4.50) zu:

$$Re_{po} := \frac{Ar}{18}$$

Um an der Laminaritätsgrenze eine Unstetigkeit zu verhindern, wird im Programm bereits ab Ar = 0.1 mit der Gleichung von *Martin*, (4.50) gerechn

$$Re_{po} := 18 \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{Ar}}{9}\right)} - 1\right]^2 \qquad Re_{po} = 0.0820$$

Stationäre Absetzgeschwindigkeit für Einzelteilchen aus [MVT],Gl.(4.53):

$$w_{si} := \frac{\eta}{\rho \cdot d_p} \cdot Re_{po} \qquad w_{si} = 0.404 \cdot \frac{m}{s}$$

Sinkgeschwindigkeit beim fiktiven Aussenradius analog:

$$a_a := \frac{w_{taf}^2}{r_{af}} \qquad a_a = 385.784 \cdot \frac{m}{s^2}$$

$$Ar := \frac{a_a \cdot (d_p^3) \cdot (\rho_p - \rho) \cdot \rho}{\eta^2} \qquad Ar = 0.149$$

$$Re_{po} := 18 \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{Ar}}{9}\right)} - 1\right]^2 \qquad Re_{po} = 0.08204$$

$$w_{saf} := \frac{\eta}{\rho \cdot d_p} \cdot Re_{po} \qquad w_{saf} = 0.0399 \cdot \frac{m}{s}$$

5. Abscheidungsgrad (ohne Wiederaufwirbelung aus der Bodenzone)

Hilfsgrössen nach [Lo], Gln.(2.43):

$$k_0 := z - z_t \qquad k_0 = 1.515 \cdot m$$

$$k_1 := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{af} \cdot w_{saf}}{Vst} \qquad k_1 = 0.100 \cdot m^{-1}$$

$$k_2 := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot D_p}{Vst \cdot (r_{af} - r_i)} \qquad k_2 = 0.0362 \cdot m^{-1}$$

$$k_3 := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot (w_{si} - w_{ri})}{Vst} \qquad k_3 = -0.265 \cdot m^{-1}$$

$$w_{si} - w_{ri} = -0.271 \cdot \frac{m}{s}$$

für w_si >= w_ri: für w_si < w_ri:

für w_si >= w_ri:	für w_si < w_ri:	
$a = k_0 \cdot (k_1 + k_2) - 1$	$a := k_0 \cdot (k_1 - k_3 + k_2) - 1$	$a = -0.392$
$b = k_0 \cdot (k_2 - k_3)$	$b := -k_0 \cdot k_2$	$b = -0.055$
$c = k_0 \cdot k_2$	$c := k_0 \cdot (k_2 - k_3)$	$c = 0.4560$

$$d := b - 1 \qquad d = -1.055$$

[Lo], (2.42)

$$m_3 := \frac{a + d}{2} \qquad m_3 = -0.724$$

$$m_4 := \sqrt{\left(\frac{a + d}{2}\right)^2 - (a \cdot d - b \cdot c)} \qquad m_4 = 0.291$$

$$m_1 := m_3 + m_4 \qquad m_1 = -0.432$$

normierte Partikel-Konzentration im Einlaufbereich
[Lo], (2.42):

$$c_e := \exp\left[-k_1 \cdot \left(z_t - \frac{z_e}{2}\right)\right] \qquad c_e = 0.964$$

Bei Vernachlässigung der Wiederaufwirbelung im unteren Abscheideraum folgt für die normierte Austrittskonzentration [Lo],S.69/70

$$c_a := c_e \cdot \left(\frac{m_1 - a}{b}\right) \qquad c_a = 0.706$$

der Abscheidungsgrad der Teilchen der Grösse $d_p = 3.745 \cdot 10^{-6} \cdot m$
zu:

$$\eta_A := 1 - c_a \qquad \eta_A = 0.294$$